

Nosivost betonskih blokova na izvlačenje

Lidija Frgić, Jakov Pranjić, Franjo Verić

Ključne riječi

prostorno sidro,
sila izvlačenja,
metoda konačnih
elemenata,
aproksimacijska
krivulja

Key words

space anchor,
extraction force,
finite element
method,
approximation
curve

Mots clés

boulon d'ancrage,
force d'arrachement,
méthode des
éléments finis,
courbe
approximative

Ключевые слова:

пространственный
анкер, сила извлечения,
метод конечных
элементов,
аппроксимативная
кривая

Schlüsselworte:

räumlicher Anker,
Ausziehungskraft,
Methode der endlichen
Elemente,
Approximationskurve

L. Frgić, J. Pranjić, F. Verić

Izvorni znanstveni rad

Nosivost betonskih blokova na izvlačenje

Razmatra se granična nosivost betonskih kuglastih sidara pod djelovanjem sile izvlačenja. Terenska ispitivanja provedena su za nekoliko reprezentativnih odnosa za slučaj plitkog sidrenja. Tijekom postupka izvlačenja uz postupno povećanje sile mjereni su pomaci površine terena u dva međusobno okomita profila. Za ispitane slučajeve proveden je proračun sile izvlačenja metodom konačnih elemenata. Prikazana je usporedba rezultata dobivenih eksperimentalno i numeričkom analizom.

L. Frgić, J. Pranjić, F. Verić

Original scientific paper

Bearing capacity of concrete blocks subjected to extraction force

The ultimate bearing capacity of concrete sphere-shaped anchors subjected to extraction force is considered. Field tests were conducted to establish several representative relationships for the case of shallow foundations. During extraction, the force was gradually increased and ground surface displacements were measured in two profiles perpendicular to one another. The extraction force was calculated using the finite element method. Results obtained during testing are compared with those obtained by numerical analysis.

L. Frgić, J. Pranjić, F. Verić

Ouvrage scientifique original

Résistance à l'arrachement des blocs en béton

L'article étudie la capacité portante limite des boulons d'ancrage sphériques sous l'action de la force d'arrachement. Des essais sur le terrain ont été effectués pour plusieurs relations représentatives pour des ancrages peu profonds. Les déplacements de la surface du terrain dans deux profils perpendiculaires ont été mesurés lors de la procédure d'arrachement, avec une augmentation progressive de la force. Les cas étudiés ont fait l'objet d'un calcul de la force d'arrachement par la méthode des éléments finis. On fournit une comparaison des résultats obtenus expérimentalement et par l'analyse numérique.

Л. Фргич, Я. Пранич, Ф. Верич

Оригинальную научную работу

Несущая способность бетонных блоков на извлечение

В работе рассматривается предельная несущая способность бетонных шарообразных анкеров под действием силы извлечения. Полевые испытания проведены для нескольких характеристических отношений для случая мелкого анкерования. В течение проведения извлечения при постепенном увеличении силы измерялись сдвиги поверхности грунта в двух взаимно перпендикулярных профилях. Для испытанных случаев проведён расчёт силы извлечения методом конечных элементов. Показано сравнение результатов полученных экспериментально и числовым анализом.

L. Frgić, J. Pranjić, F. Verić

Wissenschaftlicher Originalbeitrag

Ausziehungsfähigkeit von Betonblöcken

Man betrachtet die Grenztragfähigkeit von Betonkugelankeuern bei der Einwirkung der Ausziehungskraft. Örtliche Untersuchungen sind für mehrere representative Verhältnisse für den Fall der flachen Ankerung durchgeführt. Während des Ausziehens mit stufenweisem Kraftanstieg wurden die Verschiebungen der Geländeoberfläche in zwei gegeneinander senkrechten Profilen gemessen. Für die untersuchten Fälle wurde die Ausziehungskraft mit der Methode der endlichen Elemente berechnet. Der Vergleich der experimental und durch numerische Analyse gewonnenen Ergebnisse ist dargestellt.

Autori: Doc. dr. sc. **Lidija Frgić**, dipl. ing. građ., Rudrsko-geološki naftni fakultet, Sveučilišta u Zagrebu; mr. sc. **Jakov Pranjić**, dipl. ing. rud., Geotehnički fakultet u Varaždinu; prof. dr. sc. **Franjo Verić**, dipl. ing. građ., Građevinski fakultet Sveučilišta u Zagrebu

1 Uvod

U suvremenim geotehničkim konstrukcijama sve se više primjenjuju sidra kao nosivi elementi za prijenos vlačnih sila s konstrukcije na tlo. Učestalost uporabe sidara u inženjerskoj praksi pokazuje potrebu proučavanja kompleksnog problema interakcije sidra i tla. Problem prijenosa vlačnih sila na tlo i nosivost sidra obuhvaća brojna pitanja kao što su uvjeti i oblici ploha sloma tla, raspodjela vlačnih naprezanja uzduž sidrišne dionice, odnosi deformacija i naprezanja u sustavu sidro-tlo ovisno o prostornoj orijentaciji sidra, reološki procesi u tlu i druga. U sklopu konstrukcije sidro kao nosivi element presudno je za sigurnost same konstrukcije. Uvjeti u tlu uvjetuju primjenu različitih tipova sidara. Nosivost štapnih sidara u nekoherentnom tlu gotovo je zanemariva pa se rabe plošna ili obujamska sidra. To može biti armiranobetonska ploča ili betonsko tijelo ugrađeno u iskop ili približno kuglasto tijelo koje se može ostvariti ispunjavanjem šupljine nastale kotlovnim miniranjem u tlu. Primjene sidara na kopnu i moru su brojne, a u pogledu djelotvornosti, efikasnosti i ekonomičnosti sidra nude alternativu konvencionalnim tehnikama.

Konstrukciju možemo usidriti, tj. upeti u tlo na dva načina. Kod prvog načina, metode "mrtvih tereta" radi osiguranja upetosti iskorištava se težina velikih betonskih blokova, dok se kod drugog načina uz težinu samog tla iznad sidra iskorištava i otpor tla koji se aktivira na plohi sloma. Granična vrijednost sile izvlačenja P_u (slika 1.a) dana je relacijom:

$$P_u = Q + R + G_0 + U \quad (1)$$

pri čemu je:

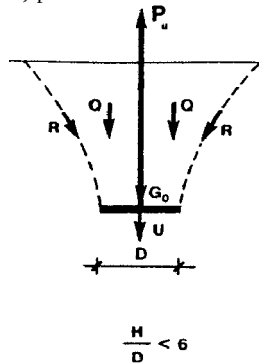
Q - sila težine tla iznad sidra određena plohom sloma i površinom terena

R - sila otpora tla po plohi sloma

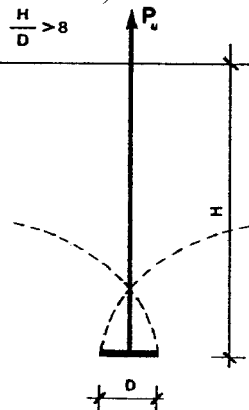
G_0 - vlastita težina sidra

U - sila usisa.

a) plitko sidro



b) duboko sidro



Slika 1. Shematski prikaz plošnog sidra i oblici sloma tla

Ovisno o načinu sloma tla pri kritičnom opterećenju razlikujemo plitka i duboka sidra. Kod plitkih sidara (slika 1.a) dolazi do potpunog sloma tla. Ploha sloma pruža se od ruba sidra sve do površine terena i ukupna se masa tla unutar ovih granica deformira. Nasuprot tome, duboka sidra (slika 1.b) pokazuju lokalni način sloma tla, pri čemu se deformira samo tlo neposredno uz sidro. Način sloma tla može se okarakterizirati koeficijentom sidrenja $\lambda = H/D$; omjerom dubine sidrenja H i promjera sidra D . Koeficijent sidrenja pri kojem počinje prijelaz iz plitkog u duboki slom prvenstveno ovisi o vrsti tla a manji je od šest [1 i 11].

O problematici izvlačenja vertikalnoga plošnog sidra iz tla postoje brojni literaturni podaci o ispitivanjima, a isto tako i pokušaji da se problem numerički modelira. Autori na osnovi brojnih, uglavnom laboratorijskih, ispitivanja prezentiraju postupke proračuna nosivosti sidara a rješenja temelje na različitim pretpostavkama o ponašanju tla pri izvlačenju sidra, te proizvoljno odabranim oblicima torusnog tijela koje se pri izvlačenju zajedno sa sidrom odvaja od podloge. Pri tome dolazi do potpunog sloma na plohi odvajanja, a torusno tijelo zadržava svoj oblik do sloma. Nažalost nije moguće sjediniti rezultate teoretskih metoda različitih autora zbog razlika u ulaznim geomehaničkim parametrima, ali i raznim pretpostavkama o geometriji lomne plohe. Stoga se rezultati po postojećim teoretskim istraživanjima međusobno vrlo razlikuju, a s druge strane postoje velike razlike u grupi rezultata eksperimenata.

2 Metode proračuna

Općenito postoje analitičke i numeričke metode proračuna. Analitičke metode bazirane su na različitim pretpostavkama oblika plohe sloma i parametara koji utječu na nosivost sidra. Autori pojedinih metoda na temelju modelskih ispitivanja matematičkom formulacijom problema daju rješenja u zatvorenom obliku ili tabelarno.

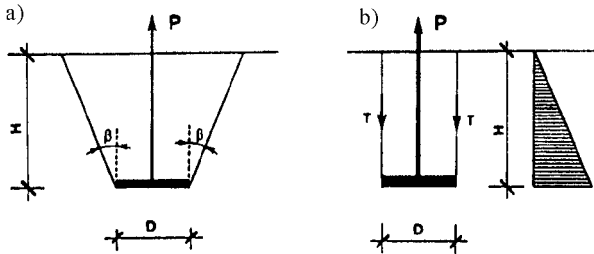
Analitičke su metode:

1. metoda opterećenja tlom
2. metoda pritiska tla
3. metoda otpora tla.

Kod *metode opterećenja tlom*, tzv. metode krnjeg stošca, sila izvlačenja jednaka je sili težine krnjeg stošca za koju se pretpostavlja da se pokreće zajedno sa sidrom (slika 2.a). Sile otpora tla po konusnoj plohi sloma su zanemarene. Izbor kuta β , nagiba izvodnice krnjeg stošca, ovisi o vrsti i geomehaničkim karakteristikama tla, empirijska je veličina ovisna o kutu unutarnjeg trenja φ . L. A. Jefremović i A. G. Sokolov [5] pretpostavljaju zonu istiskivanja tla u obliku rotacijskog paraboloida.

Kod *metode pritiska tla* pretpostavljena je ploha sloma vertikalna i sila izvlačenja jednaka je zbroju sile težine

valjka i sile trenja po omotaču valjka koje ovise o bočnim pritiscima za koje se pretpostavlja da se mijenjaju linearno u zavisnosti od dubine (slika 2.b). Sila trenja ovisi o tome pretpostavlja li se da je bočni pritisak jednak pasivnom tlaku $K=K_p$ ili tlaku mirovanja $K=K_0(\nu)$ odnosno $K=K_0(\varphi)$.



Slika 2. Metoda opterećenja a) i metoda pritiska tla b)

Neke od *metoda otpora tla*, navedene kronološkim redom, međusobno se razlikuju po pretpostavljenom obliku plohe sloma, dok su sile otpora tla uzete u obzir na različite načine.

a) Metoda Balla [1]

Na osnovi laboratorijskih i *in situ* ispitivanja za nekoherentne materijale izvodi kružni oblik plohe sloma za vertikalnu ravninu presjeka (slika 3.a). Tangenta na plohu loma na kontaktu sa sidrenom pločom je vertikalna, dok je na drugom kraju pod kutem $\pi/4 - \varphi/2$ u odnosu prema površini terena.

b) Metoda Mariupolskii

Mariupolskii [5] pretpostavlja plohu sloma u formi torusa. Kako slom započinje sabijanjem tla, iznad sidrene ploče pojavljuju se dopunska radijalna naprezanja. Sila trenja određuje se upravo iz tih uvećanih bočnih pritisaka.

c) Metoda Matsuo

Matsuo [6] pretpostavlja liniju sloma kao kombinaciju logaritamske spirale cd i njezine tangente de koja s površinom terena zatvara kut $\pi/4 - \varphi/2$ (slika 3.b).

d) Metoda Vesića

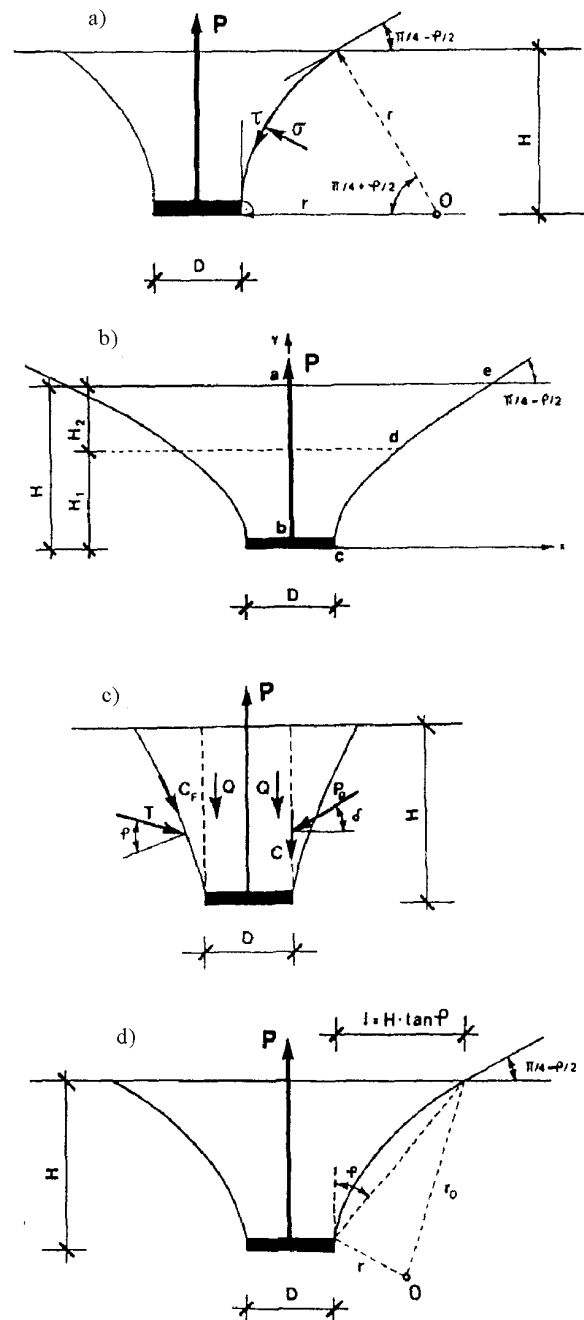
Vesić [13 i 14] analizira djelovanje točkastog punjenja smještenog u sfernoj šupljini. Eksplozija u граничном slučaju proizvodi pritisak p_u a iznad šupljine, u vertikalnom presjeku, formira se kružna lomna linija.

e) Metoda Meyerhofa i Adamsa

Meyerhof i Adams [7 i 8] da bi izbjegli teškoće proračuna otpora na smicanje po zakrivljenoj plohi, rješavanje problema svode na djelovanje sile kohezije i pasivnog pritiska po plaštu zamišljenog valjka (slika 3.c).

f) Metoda Sarač

Dž. Sarač [10 i 11] pretpostavlja logaritamsku spiralu kao liniju sloma za koju vrijedi $L = H \times \operatorname{tg} \varphi$. Tangenta spirale je na kontaktu sa sidrenom pločom vertikalna a na površini tla pod kutem $\pi/4 - \varphi/2$ (slika 3.d).



Slika 3. Metoda otpora tla: a) Balla, b) Matsuo, c) Meyerhof, d) Sarač

U tablici 1. dan je na primjeru kružnoga plošnog sidra promjera $D = 30$ cm, dubine usidrenja $H = 120$ cm (koeficijent sidrenja $\lambda = 4$) ugrađenog u suhi pijesak sljedećih geomehaničkih parametara: $\rho = 1,75$ t/m³ i $\varphi = 35^\circ$, prikaz vrijednosti sile izvlačenja prema raznim autorima.

Ovisno o primijenjenoj analitičkoj metodi proračuna vrijednosti sile izvlačenja kreću se u širokim granicama. To ne iznenađuje, jer se svaka od metoda temelji na specifič-

noj pretpostavci oblika plohe sloma i raspodjele napreznja na njoj.

Tablica 1. Vrijednosti sile izvlačenja po različitim autorima

Teoretska rješenja		Sila izvlačenja P (kN)
Metoda opterećenja tlom	$\beta = \varphi/2$	8,37
	$\beta = \varphi$	25,16
	Jefremovič - Sokolov	9,74
Metoda pritiska tla	$K = K_p$	27,45
	$K = K_0 = f(\nu)$	4,67
	$K = K_0 = f(\varphi)$	5,20
Metoda otpora tla	A. Balla	21,80
	Mariupolskii	7,36
	Vesić	13,28
	Matsuo	8,24
	Meyerhof - Adams	17,18
	Sarač	26,93

Pretpostavke o nagnutim, ravnim ili vertikalnim ploha loma kojima se koriste metoda opterećenja tla i metoda pritiska tla u suprotnosti su s uvjetima granične ravnoteže, dok metode otpora tla razmatraju graničnu ravnotežu tla iznad sidra primjenom metoda teorije plastičnosti.

Kako je analitičko rješavanje diferencijalnih jednadžbi ravnoteže koje u matematičkom smislu definiraju problem s odgovarajućim rubnim uvjetima vrlo kompleksno provode se i numeričke analize. Numeričkim metodama (metoda konačnih razlika, metoda konačnih elemenata i metoda rubnih elemenata) koje se zasnivaju na fizičkoj diskretizaciji područja zadanog problema dobivaju se rješenja diskretnih sustava.

Budući da je stvaranje kuglastoga sidrenog tijela kotlovskim miniranjem najefikasnije, u radu se razmatra nosivost betonskih kuglastih blokova za slučaj plitkog sidrenja $\lambda < 6$. U tu svrhu provedena su terenska ispitivanja blokova jednakih promjera ugrađenih na različite dubine. Rezultati eksperimenata uspoređeni su s rezultatima numeričke analize po metodi konačnih elemenata.

3 Terenska ispitivanja

Za ispitivanja odabrana je pješčara Jerovec, ležište koje je smješteno oko 4,5 km sjeverozapadno od Ivanca i nalazi se u Ivanečko-Viničko-Varaždinskoj kotlini. U prirodnom je ležištu pijesak izrazito slojevit, a sadrži 30-75% kremenca, 16-23% tinjčastih minerala, 1-2% kalijevog feldspata te manji udio minerala glina, getita i hematita. Na platou pješčare izvedene su tri sondažne bušotine do dubine 3,0 m. Klasifikacijom poremećenih uzoraka potvrđeno je da se radi o srednje zbijenom pješčanom tlu bez prisutnosti podzemne vode.

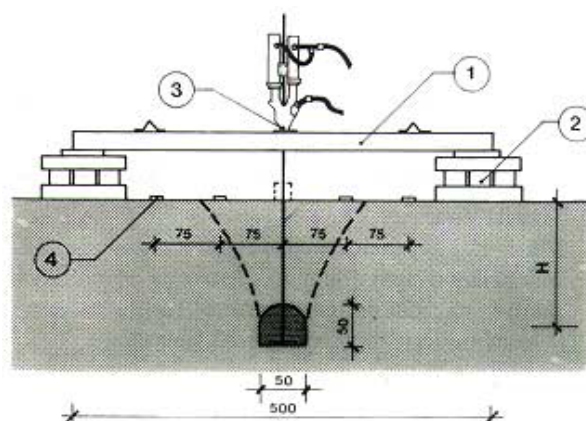
U iskopani rov širine 5,00 m i duljine 20,00 m postavljeni su sidreni blokovi (slika 4.). Da bi se eliminirala



Slika 4. Ugradnja sidara

postojeća uslojenost i anizotropija, iskopni je pijesak promiješan i ponovno nasipavan oko sidrenih blokova. Zaspavanje je izvedeno u slojevima debljine 25 - 40 cm, a zbijanje samohodnim vibrovaljkom mase 1,5 t u nekoliko prijelaza. Nakon zbijanja na različitim dubinama uzimani su uzorci. Ispitivanja uzoraka tla provedena su u laboratorijima Geoexperta i Instituta građevinarstva Hrvatske te određene prosječne vrijednosti $\rho = 16,8 \text{ t/m}^3$; $\varphi = 29^\circ$ i $c = 4 \text{ kN/m}^2$.

Shema uređaja za izvlačenje prikazana je na slici 5. Čelična greda sastavljena od 2 NI-24 (1), duljine 5,00 m oslonjena je na slog drvenih greda (2). Oslonci grede nalazili su se izvan zone utjecaja mase tla koja je izvlačena zajedno sa sidrom. Prema raspoloživim materijalnim sredstvima i mehanizaciji koja se mogla angažirati tijekom ispitivanja odabrana je duljina grede od 5,00 m koja je diktirala maksimalnu dubinu ugrađenog sidra, $H = 2,50 \text{ m}$, oznake B-2,5.

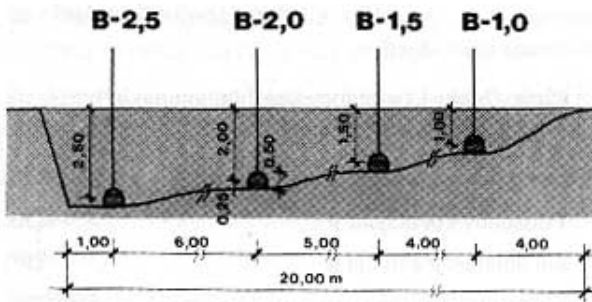


Slika 5. Shema uređaja za izvlačenje: 1. čelična greda; 2. slog drvenih greda; 3. stezna čeljust; 4. reperne ploče

Sidreni blok, marke betona MB-30, izveden je kao kombinacija polukugle i valjka u koji je ugrađen i ukotvljen čelični kabel za prednapinjanje $7 \Phi 0,6''$. Donji dio oblika valjka, promjera 0,50 m i visine 0,25 m, omogućava da se blok fiksira i ugradi na određenu dubinu, dok je gornji dio oblika kugle, promjera 0,50 m (slika 5.). Kako

već kod prvih koraka nanošenja sile dolazi do odvajanja bloka od pijeska po donjoj plohi, oblik donjeg dijela nema utjecaja na silu izvlačenja.

Na razmacima od 4,00 m; 5,00 m i 6,00 m ugrađena su četiri betonska sidrena bloka (slika 6.) na dubine $H = 1,00$ m (koeficijent sidrenja $\lambda = H/D = 2$); $H = 1,50$ m ($\lambda = 3$); $H = 2,00$ m ($\lambda = 4$) i $H = 2,50$ m ($\lambda = 5$). Radi pojednostavljenja uvode se sljedeće oznake za navedene slučajeve redom: B-1,0; B-1,5; B-2,0 i B-2,5.



Slika 6. Dispozicija betonskih blokova

Za postizanje sile izvlačenja upotrijebljena je hidraulička preša za prednapinjanje U-24 (Geotehnika, Zagreb). Prijenos vlačne sile preše za prednaprezanje ostvaren je steznim čeljustima (3) koje obuhvaćaju kabel sidra. Izvlačenje sidara obavljeno je u koracima, unutar kojih se sila postupno povećavala:

- *prvi korak*: od nula do 20% očekivane sile izvlačenja, zatim rasterećenje
- *drugi korak*: od 20% - 50% očekivane sile izvlačenja, rasterećenje i
- *treći korak*: od 50% očekivane sile izvlačenja do sloma tla.

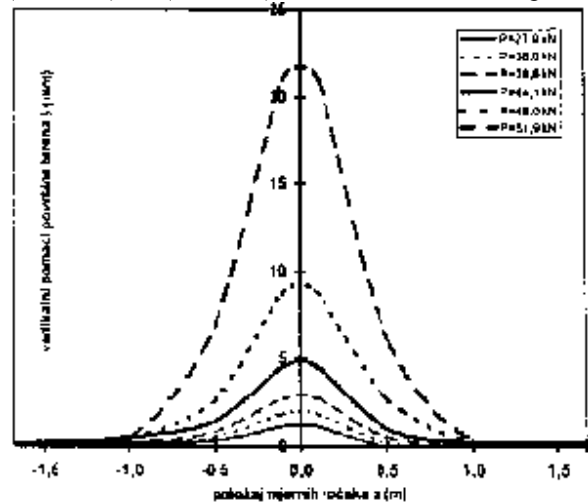
Tijekom postupka izvlačenja na preši je održavana konstantna sila, a mjereni su pripadni pomaci površine terena na dva načina, u dva međusobno okomita profila (slika 7.). Jedan od profila snimao se geodetski, nivelmanom, dok su se u drugom okomitom profilu vertikalni pomaci mjerili mikrometerskim urama. Paralelno s čeličnom gredom, radi niveliranja, postavljene su reperne ploče (4) na razmaku od 0,75 m. S pomoću instrumenta, nivelir Ni 026 - Carl Zeiss Jena, i milimeterske letve očitavali su se vertikalni pomaci označenih točaka tijekom izvlačenja sidra u odnosu prema nultom reperu koji se nalazio izvan utjecajnog područja. Vertikalni pomaci u drugom okomitom profilu mjerili su se mikrometerskim urama. U drugom slučaju za označavanje mjernih točaka uporabljeni su probne betonske kocke. Kao nosač magnetu mikroure posluzio je kutni čelični profil 80 x 80 x 10 mm, duljine 7,00 m oslonjen izvan zone utjecaja na betonske kocke. Kako u samoj osi sidra nije bilo moguće postaviti mjerno mjesto, najbliža reperna ploča

smještena je ekscentrično 0,15 m od osi sidra. Razmaci mjernih točaka po profilu iznosili su 0,50 m.

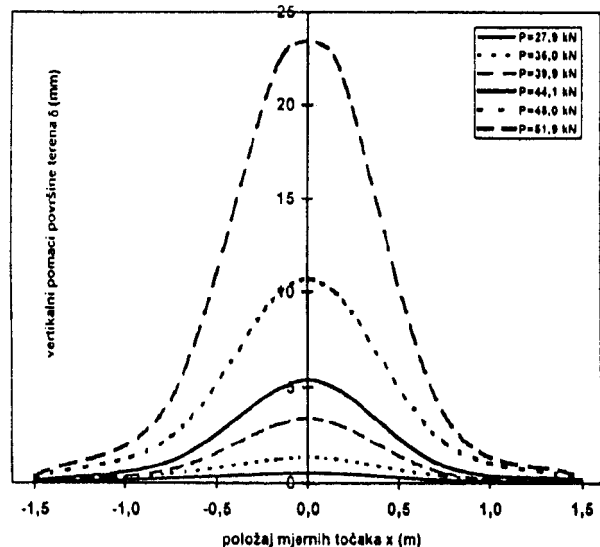


Slika 7. Uređaji za mjerenje pomaka površine terena mikrometri i reperi

Rezultati mjerenja pomaka prikazani su na slikama 8. (nivelman) i 9. (mikroure) za sidreni blok B-1,5. Iz praktič-

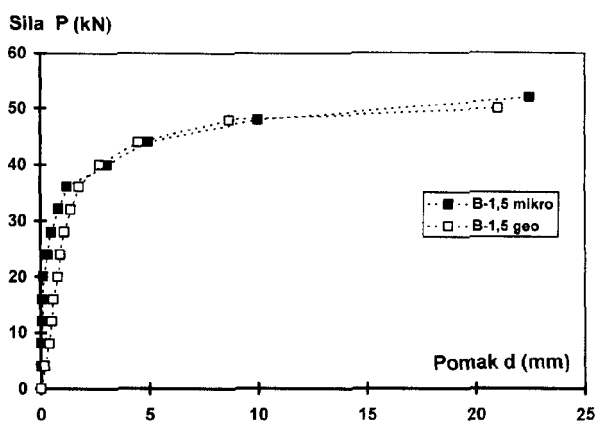


Slika 8. Rezultati nivelmanskog mjerenja pomaka za sidro B-1,5



Slika 9. Rezultati mjerenja pomaka mikrometrima za sidro B-1,5

nih razloga na slikama su ispušteni dijagrami vertikalnih pomaka za manje vrijednosti sile izvlačenja i za cikluse rasterećenja.



Slika 10. Vertikalni pomaci točaka neposredno uz čelični kabel sidra B-1,5

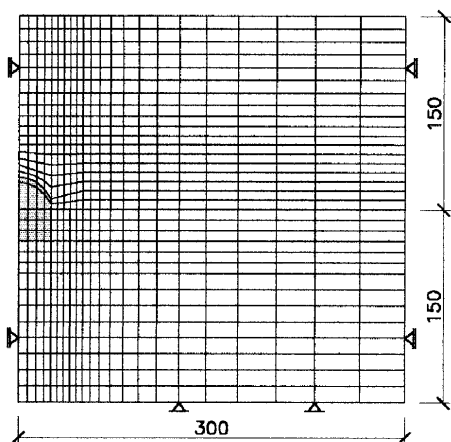
Pomaci d neposredno uz sidro u zavisnosti od sile izvlačenja P prikazani na slici 10. u obliku dijagrama

$$P = f(d) \quad (2)$$

pokazuju tendenciju približavanja graničnoj vrijednosti.

4 Numerički proračun

Proračun izvlačenja sidrenog bloka proveden je metodom konačnih elemenata. Kako se radi o rotacijski simetričnom problemu, simetrija pomaka i opterećenja osigurana je vertikalno pomičnim osloncima u čvorovima u osi simetrije i desnom rubu područja, dok su nepomični oslonci zadani u čvorovima donjeg ruba promatranog područja. Obuhvatno područje diskretizirano je serendipity elementima. Mreža konačnih elemenata za sidro B-1,5 prikazana je na slici 11. Ukupni broj elemenata ovisio je o dubini usidrenja. Uz zoni neposredno uz sidro, gdje su se očekivale nagle promjene naprezanja, mreža je progušćena.



Slika 11. Mreža konačnih elemenata za proračun sile izvlačenja za sidro B-1,5

Za gravitacijsko opterećenje, usvojen je koncept inicijalnih naprezanja u Gausovim točkama, koja se u prvom inkrementu proračuna pribrajaju vektoru ukupnog naprezanja. Valja napomenuti da je pri proračunu nosivih konstrukcija modeliranje gravitacijskog opterećenja moguće i po konceptu ekvivalentnih čvornih sila, pri čemu se u Gausovim točkama uz početna naprezanja dobivaju i pomaci.

Tlo je modelirano elastoplastičnim konstitutivnim modelom materijala. Kriterij loma u vlačnom području predstavljen je produžetkom linearne Mohr-Coulombove ovojnice. Za proračun sile izvlačenja usvojeni su parametri kako slijedi:

- Za tlo (Mohr-Coulombov konstitutivni model)

gustoća ρ	1,68 t/m ³
modul elastičnosti E	2×10^4 kN/m ²
Poissonov koeficijent ν	0,30
kut unutrašnjeg trenja φ	29°
kohezija c	4,0 N/m ²
- Za betonski blok (elastični konstitutivni model)

obujamska masa ρ	2,40 t/m ³
modul elastičnosti E	2×10^7 kN/m ²
modul posmika G	8×10^6 kN/m ²
Poissonov koeficijent ν	0,20

U pokusima koji su provedeni pokazalo se da pri izvlačenju sidara dolazi do potpunog odvajanja tla koje sidro podiže od preostalog dijela podloge, dakle da se stvara potpuni diskontinuitet u materijalu. Da bi se eliminirao utjecaj adhezije između sidra i tla prvi niz elemenata ispod sidra modeliran je smanjenim modulom.

Kako plohe sloma nisu unaprijed poznate, nije bila moguća primjena kliznih elemenata pa je rješenje traženo iterativnim postupkom. Elementi u kojima dolazi do pojave vlačnih naprezanja isključivani su u smislu nosivosti postupnim smanjivanjem modula čime su omogućene velike vlačne deformacije uz neznatni prijenos sile.

Ovakvim je načinom modelirano otvaranje pukotina bez potrebe promjena mreže konačnih elemenata te dobiven jasan uvid u razvoj vlačnih zona pri porastu vrijednosti intenziteta sile.

Pomaci površine terena po obliku odgovaraju zvonastim krivuljama dobivenim mjerenjima na terenu. Parovi podataka rezultata numeričkih proračuna pomak-sila prikazani u obliku dijagrama (2) također imaju tendenciju približavanja graničnoj vrijednosti. Dobivena konvergencija proračunske sile graničnoj vrijednosti u suglasju je s rezultatima mjerenja. Rezultati mjerenja i numeričkih proračuna obrađeni su statistički. Granične vrijednosti sile izvlačenja određene su aproksimacijskim krivuljama.

5 Krivulja aproksimacije

U statistici je uobičajeno da se za aproksimacijsku krivulju odabere polinom n-tog stupnja ili logaritamska krivulja [12] na temelju uvjeta minimuma zbroja kvadrata razlika između mjerenih podataka i ordinata aproksimacijske krivulje:

$$\Sigma (P - F)^2 = \min \quad (3)$$

pri čemu su:

P - podaci mjerenja

F - ordinate aproksimacijske krivulje

Σ - zbroj se odnosi na cijeli skup zadanih podataka

Za skupove parova podataka pomaka d i odgovarajućih sila izvlačenja P aproksimacijska funkcija koja se optimalno prilagođava podacima može se prikazati u obliku:

$$F = f(d) = \Sigma A_i \varphi_i \quad (4)$$

pri čemu je:

A_i - vrijednost koeficijenta "i"-tog člana, a

φ_i - analitička funkcija (član aproksimacijskog polinoma).

Vrijednosti nepoznatih koeficijenata A_i određene su iz uvjeta ekstrema -minimuma:

$$\frac{\Sigma (P - A_i \varphi_i)}{A_i} = 0 \quad (5)$$

Za slučajeve uobičajenih aproksimacijskih funkcija ovo vodi do sustava linearnih jednadžbi iz kojih se dobivaju vrijednosti koeficijenata A_i .

Postoji niz razrađenih postupaka i poznatih računalnih programa kojima se mogu naći aproksimacije za skupove zadanih podataka. U svim takvim aproksimacijskim funkcijama pojedini koeficijenti nemaju neko fizikalno značenje, nego su samo rezultat numeričkih odnosa među mjerenim ili proračunatim vrijednostima.

U ovom slučaju odabran je takav oblik aproksimacijske funkcije koja, osim što se numerički dobro približava podacima, ujedno ima svojstvo da koeficijenti koji se pojavljuju u funkciji imaju i fizikalno značenje.

Krivulje mjerenih i proračunatih podataka za slučaj izvlačenja sidra iz tla imaju karakterističan oblik (slika 12.) sa dva izrazita svojstva:

- nagib tangente u ishodištu predstavlja krutost sustava i
- krivulja se asimptotski približava nekoj graničnoj vrijednosti P_{gr} .

Funkcija kod koje se obje te vrijednosti pojavljuju kao parametri aproksimacijske funkcije ima eksponencijalni oblik:

$$F = F_{gr} (1 - e^{-\alpha d}) \quad (6)$$

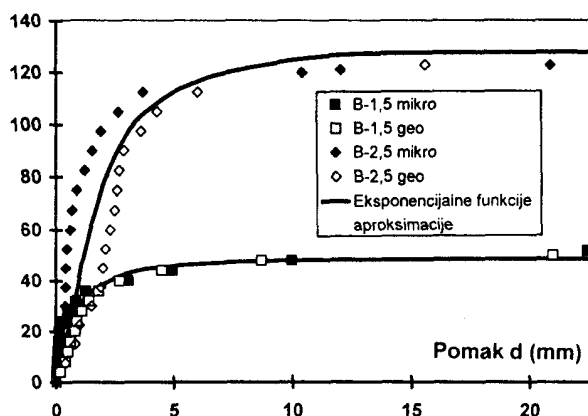
Derivacija u ishodištu daje:

$$\left(\frac{\partial F}{\partial d} \right)_{d=0} = F_{gr} \cdot \alpha \quad (7)$$

a za velike pomake:

$$F(d)_{d=\infty} = F_{gr} \quad (8)$$

Sila P (kN)



Slika 12. Eksponencijalne krivulje aproksimacije terenskih mjerenja za sidra B-1,5 i B-2,5

S druge strane, postoji i sličnost ovog analitičkog oblika s nekim biharmoničkim funkcijama koje imaju primjenu npr. za poluravninu ili poluprostor, gdje se rješenje za Airy-jevu funkciju nalazi u obliku reda:

$$F = \Sigma a_n \sin a_n x e^{-a_n y} + \Sigma b_n \cos a_n x e^{-a_n y} \quad (9)$$

Analogno bi se za promatrani slučaj mogla naći aproksimativna funkcija u obliku reda:

$$F = \Sigma a_n (1 - c_n e^{-c_n d}) \quad (10)$$

Usvojeno rješenje sa samo dva dominantna člana reda:

$$F = a_1 (1 - c_1 e^{-c_1 d}) + a_m (1 - c_m e^{-c_m d}) \quad (11)$$

može se svesti na oblik:

$$F = a_{gr} (1 - c e^{-\alpha d} - (1 - c) e^{-m \alpha d}) \quad (12)$$

Nepoznate koeficijente a_{gr} , c , α i m treba odrediti iz uvjeta minimuma zbroja kvadrata razlika između zadanih, mjerenih vrijednosti i vrijednosti aproksimacijske funkcije.

Fizikalno značenje koeficijenata ostaje, jer $a_{gr} = F_{gr}$ ostaje granična nosivost, a derivacija aproksimacijske funkcije u ishodištu:

$$\left(\frac{\partial F}{\partial d} \right)_{d=0} = a_{gr} [c\alpha + m\alpha(1 - c)] \quad (13)$$

ima značenje početne (elastične) krutosti.

Koeficijenti eksponencijalne funkcije aproksimacije mogu se odrediti samo iterativnim postupkom. Postupak se svodi na optimizaciju veličina koeficijenata u odabranim izrazima, pri čemu je funkcija cilja minimum kvadrata razlika između mjerenih (odnosno proračunatih) vrijednosti i odgovarajućih vrijednosti aproksimacijske

krivulje. Postoji niz poznatih postupaka optimalizacije, od kojih je najjednostavniji tzv. koordinatni. Shvativši veličine koeficijenta kao koordinate, mogu se pretpostaviti neke početne vrijednosti za sve koeficijente. U prvom koraku svi koeficijenti osim jednog su konstantni i za taj se koeficijent vrijednosti variraju. Odabere se neka početna vrijednost i proračuna zbroj kvadrata razlika za sve zadane podatke:

$$\Sigma \Delta^2 = \Sigma (P - \Sigma A_i \varphi_i) \quad (14)$$

Vrijednost koeficijenta A_k mijenja se odabranim korakom:

$$A_k = A_{k0} + \Delta A_k \quad (15)$$

izračuna $\Sigma \Delta^2$ i mijenja vrijednost A_k dok $\Sigma \Delta^2$ pada, tj. tako dugo dok je gradijent funkcije cilja negativan. U slučaju pozitivnog gradijenta kreće se korakom smanjenim na polovinu ili četvrtinu unatrag. Ovo se ponavlja do odabrane točnosti. U daljnji se proračun uvodi ona vrijednost koeficijenta A_k za koju je nađen minimum. U idućoj se fazi ponavlja isti postupak za sljedeći koeficijent i tako redom. Dobiveni minimumi nisu apsolutni, nego samo relativni, pa se iteracija ponavlja novim dobivenim početnim vrijednostima koeficijenta.

Postupak obično vodi do cilja, ali se broj potrebnih koraka iteracije za slučaj s četiri koeficijenta kreće do nekoliko stotina tisuća.

Postupak se prekida tek kada gradijenti, nakon nekoliko promjena predznaka, ostanu ispod neke male zadane vrijednosti ε (npr. 0,1%). Za takvu statističku obradu podataka izrađen je poseban originalni program "Ekspo".

Podaci mjerenja i pripadne eksponencijalne funkcije aproksimacije za sidra B-1,5 i B-2,5 prikazani su na slici 12. Vrijednosti parametara eksponencijalnih funkcija aproksimacije dane su u tablici 2. Budući da i rezultati

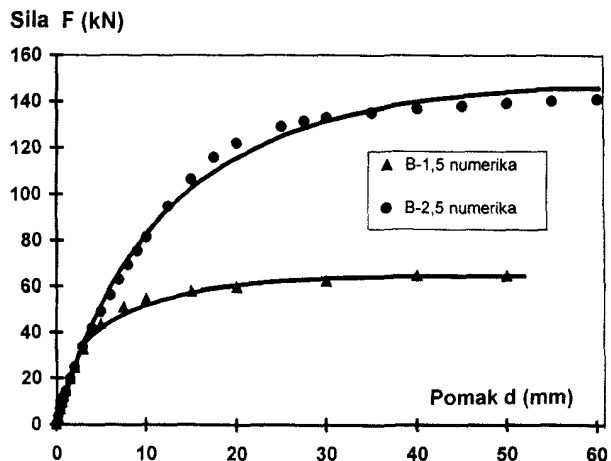
Tablica 2. Parametri eksponencijalnih krivulja aproksimacija rezultata terenskih mjerenja

Oznaka sidra	Prom. sidra D (cm)	Dubina sidrenja H (cm)	Koefic. sidrenja λ	P_{gr} (kN)	c	α	$m \times \alpha$
B-1,0	50	100	2	17,22	0,597	0,121	1,310
B-1,5		150	3	48,88	0,272	0,226	0,877
B-2,0		200	4	75,30	0,305	0,302	1,418
B-2,5		250	5	128,14	0,371	0,348	1,533

Tablica 3. Parametri eksponencijalnih krivulja aproksimacija rezultata numeričkih proračuna

Oznaka sidra	Prom. sidra D (cm)	Dubina sidrenja H (cm)	Koef. sidre-nja λ	F_{gr} (kN)	c	α	$m \times \alpha$
B-1,0	50	100	2	28,97	0,585	0,171	1,849
B-1,5		150	3	64,81	0,592	0,110	1,185
B-2,0		200	4	87,14	0,891	0,139	1,438
B-2,5		250	5	149,06	0,797	0,064	3,250

numeričkih proračuna pokazuju iste zakonitosti kao i rezultati terenskih ispitivanja na isti su način statistički obrađeni rezultati numeričkih proračuna. U tablici 3. dane su vrijednosti parametara eksponencijalnih funkcija aproksimacije rezultata numeričkih proračuna F_{gr} , C , α i $m \times \alpha$, dok su krivulje aproksimacije za sidra B-1,5 i B-2,5 prikazani na slici 13.



Slika 13. Aproximacijske krivulje rezultata numeričkih proračuna za sidra B-1,5 i B-2,5

6 Usporedba rezultata

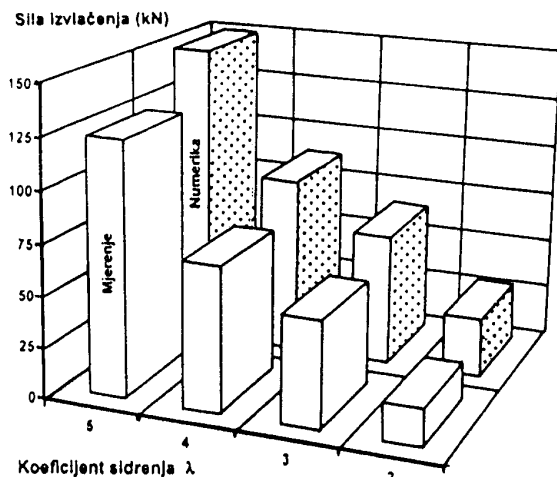
Da eksponencijalne funkcije aproksimacije dobro opisuju promatrane slučajeve izvlačenja sidara vidi se iz približno jediničnog odnosa (0,94 – 1,07) vrijednosti izmjerenih sila izvlačenja P terenskih mjerenja i graničnih sila izvlačenja dobivenih aproksimacijom rezultata mjerenja P_{gr} (tablica 4.). Usporedbom vrijednosti graničnih sila izvlačenja dobivenih aproksimacijom rezultata mjerenja P_{gr} s vrijednostima graničnih sila dobivenih aproksimacijom rezultata numeričkih proračuna po metodi konačnih elemenata F_{gr} , konstatira se njihova kvalitativna analogija.

Tablica 4. Usporedba rezultata

Oznaka sidra	Koef. sidre-nja λ	Sila izvlač. P (kN)	P_{gr} (kN)	F_{gr} (kN)	$\frac{P}{P_{gr}}$	$\frac{P_{gr}}{F_{gr}}$	$\frac{P}{F_{gr}}$
B-1,0	2	18,20	17,22	28,97	1,06	0,60	0,63
B-1,5	3	51,95	48,88	64,81	1,07	0,76	0,80
B-2,0	4	70,80	75,30	87,14	0,94	0,87	0,81
B-2,5	5	123,75	128,14	149,06	0,97	0,86	0,83

Uz konstantan promjer sidra D a s porastom dubine sidrenja H , tj. koeficijenta sidrenja λ , odnos P_{gr}/F_{gr} se povećava s 0,60 na 0,87. Najveće odstupanje dobiveno je u slučaju najmanjeg koeficijenta sidrenja $\lambda = 2$ to jest za najmanju dubinu usidrenja $H = 1,0$ m. Omjer vrijednosti sila izvlačenja P terenskih mjerenja i graničnih sila izvlačenja dobivenih aproksimacijom rezultata numeričkih proračuna F_{gr} za sidra B-1,5; B-2,0 i B-2,5 gotovo je konstantan, približno 0,81; dok je za najpliće sidro B-1,0 ($\lambda = 2$) znat-

no manji i iznosi 0,63. Nastala razlika može se objasniti načinom ispitivanja sidra B-1,0 u odnosu prema sidrima B-1,5; B-2,0 i B-2,5. Naime za ispitivanje bloka B-1,0 uporabljena je preša za prednaprezanje S-17 na električni pogon, dok je za izvlačenje preostalih sidara primijenjena hidraulička preša U-24 na ručni pogon. Pokazalo



Slika 14. Usporedba sila izvlačenja P terenskih mjerenja i graničnih sila numeričkih proračuna

se da električni pogon ne omogućava dostatno precizno nanošenje određenog intenziteta sile uz mogućnost održavanja konstantne vrijednosti sile kroz vrijeme potrebno za očitavanje pomaka mjernih točaka i to je bio razlog za promjenu preše. Na slici 14. dan je prikaz sila P terenskih mjerenja i graničnih sila izvlačenja F_{gr} dobivenih aproksimacijom rezultata numeričkih proračuna. Granične vrijednosti sila izvlačenja ostvaruju se u slučaju velikih pomaka za $d = \infty$. Izmjerenom maksimalnom pomaku pri izvlačenju sidra B-1,5 odgovara 17% veća vrijednost granične sile izvlačenja od izmjerene odnosno 6% veća

za sidro B-2,5. Dijagrami pomaka točaka površine terena dobiveni numeričkim proračunima po obliku odgovaraju zvonastim krivuljama dobivenim mjerenjima na terenu.

7 Zaključak

Dobivene razlike mogu se pripisati s jedne strane nepouzdanostima mjerenja mehaničkih karakteristika tla, a s druge strane nesavršenošću matematskog modela.

Geomehanički parametri uzoraka tla utvrđeni su standardnim načinom na poremećenim uzorcima. Priprema modela za terenska ispitivanja, uz nastojanje da se izbjegne uslojenost i anizotropija, nije mogla biti ista kao ugradnja uzoraka u uređaje za određivanje reprezentativnih parametara.

Kako pri izvlačenju sidra iz tla dolazi do rasterećenja tla, tj. smanjenja tlačnih naprezanja u matematskom su modelu posebno značajni elementi u kojima se pojavljuju vlačna naprezanja. Svaki element u kojem dolazi do vlačnog naprezanja popušta i treba ga isključiti iz daljnjeg proračuna. Modeliranje takvog stanja postignuto je tako da se tom elementu pripisuje modul znatno manji od modula okoline. Na takav način dobiveni rezultati pokazali su tendenciju približavanja graničnoj sili izvlačenja i raspodjelu "slomljenih" elemenata koja odgovara konstatiranim lomnim ploham na terenu i podacima u literaturi.

Numerički model zahtijeva poznavanje većeg broja geomehaničkih parametara, kako bi se kompleksnijim konstitutivnim modelom materijala opisalo stvarno stanje u tlu pri izvlačenju sidara.

Ova je analiza među ostalim pokazala da se kriteriji loma za tlačno područje ne mogu jednostavno ekstrapolirati i u vlačno područje.

Zahvala

Zahvaljujemo se gosp. Željku Čorku direktoru IGM Holdinga d.d. Lepoglava i prof. dr. Ivanu Gotiću dekanu Geotehničkog fakulteta u Varaždinu na pomoći u organizaciji i realizaciji terenskih ispitivanja, komentoru dr. Mladenu Hudecu prof. emer. na savjetima i nesebičnoj pomoći pri izvođenju istih kao i prof. dr. Mensuru Mulabdiću (tadašnjem) voditelju geotehničkog laboratorija IGH Zagreb na laboratorijskim ispitivanjima uzoraka.

LITERATURA

- [1] Balla, A.: *The resistance to breking out of mushroom foundation for pylons*, Proc. 5th ICSMFE, Paris, Vol. 1, (1961) 569.-576.
- [2] Das, B. M.: *Earth Anchors*, Elsevier Scientific publishing Co., Amsterdam, 1990.
- [3] Frgić, L.: *Doprinos proračunu nosivosti prostornih sidara*, disertacija, 201 str., Građevinski fakultet Sveučilišta u Zagrebu, 1996.
- [4] Gudehus, G.: *Finite Elements in Geomechanics*, John Wiley & Sons, London, 1977.
- [5] Jefremovič, L. A.; Sokolov, A. G.: *Isljedovanje raboti i metodika raččota ankernih plit*, Materiali po stalnim konstrukcijam, No.1, 1957.
- [6] Mariupolskii, L. G.: *The bearing capacity of anchor foundations*, Soil Mechanics and Foundation Engineering, Vol. 2, (1965) 1, 26.-37.

-
- [7] Matsuo, M.: *Study on the uplift resistance of footings /II/,* Soil and Foundation, Vol. 8, (1968) 1, Tokyo, 18.-48.
- [8] Meyerhof, G. G.; Adams, J. I.: *The ultimate uplift capacity of foundations,* Canad. Geotech. J., Vol. 5, (1968) 4, 225.-244.
- [9] Meyerhof, G. G.: *Uplift resistance of inclined anchors and piles,* Proc. 8th ICSMFE, Moscow, Vol. 2, (1973),167.-172.
- [10] Sarač, Dž.: *Bearing capacity of anchor foundation as loaded by vertical force,* Institute for Geotechnics, Publ. No. 5, Sarajevo,1975.
- [11] Sarač Dž.: *The uplift capacity of shallow buried anchor slabs,* Proc. 12th ICSMFE, Rio de Janeiro, Vol. 2, (1989), 1213.-1216.
- [12] Turk, S.; Budin, L.: *Analiza primjenom računala,* Školska knjiga, Zagreb, 1978.
- [13] Vesić, A. S.: *Creating by explosives as an earth pressure problem,* Proc. 6th ICSMFE, Montreal, 1965., 427.-431.
- [14] Vesić, A. S.: *Expansion of cavities in infinite soil mass,* J. Soil Mechanic and Foundation Div., ASCE, Vol. 98, (1972) No. SM 3, 265.-291.
- [15] Zienkiewicz, O. C.: *The finite element method,* McGraw-Hill Book Co., U.K.1977.
-