

Mjerna nesigurnost toplinske vodljivosti građevinskih materijala

Mladen Bezjak

Ključne riječi

mjerjenje,
mjerna nesigurnost,
toplina,
toplinska vodljivost,
temperatura,
mjerjenje temperature,
građevinski materijali

Key words

measurement,
measurement uncertainty,
heat, temperature,
thermal conductivity,
temperature
measurement,
building materials

Mots clés

mesure,
incertitude de mesure,
chaleur,
conductivité thermique,
température,
mesure de température,
matériaux de construction

Ключевые слова

измерение,
измерительная
ненадёжность, тепло,
теплопроводность,
температура, измерение
температуры,
строительные
материалы

Schlüsselworte

Messung,
Messungsunsicherheit,
Wärme,
Wärmeleitfähigkeit,
Temperatur,
Temperaturmessung,
Baustoffe

M. Bezjak

Prethodno priopćenje

Mjerna nesigurnost toplinske vodljivosti građevinskih materijala

Opisan je uređaj za mjerjenje toplinske vodljivosti građevinskih materijala, koji se nalazi u Laboratoriju građevinske fizike Instituta građevinarstva Hrvatske u Zagrebu. Popisane su sve sastavnice mjerne nesigurnosti (debljina uzoraka, referentne temperature, padovi temperatura na uzorcima i gustoće toplinskog toka) i izveden je matematički model njihovog proračuna. Također, izveden je izraz za izračun proširene mjerne nesigurnosti toplinske vodljivosti građevinskih materijala.

M. Bezjak

Preliminary note

Measurement uncertainty associated with the thermal conductivity of building materials

The device for measuring thermal conductivity of building materials, located in the Building Physics Laboratory of the Civil Engineering Institute of Croatia in Zagreb, is described. All parameters influencing measurement uncertainty (sample thickness, reference temperature, fall in sample temperature, and density of heat flow) are listed, and the mathematical model enabling calculation of such parameters is derived. In addition, an appropriate expression is derived for calculating an extended measurement uncertainty for thermal conductivity of building materials.

M. Bezjak

Note préliminaire

Incertitude de mesure associée à la conductivité thermique des matériaux de construction

Le dispositif pour la mesure de la conductivité thermique des matériaux de construction, utilisé par le Laboratoire de la physique des bâtiments opérant au sein de l'Institut de génie civil de Croatie sis à Zagreb, est décrit. Tous les paramètres importants pour l'incertitude de mesure (épaisseur des échantillons, température de référence, baisse de la température des échantillons et la densité de passage de chaleur) sont énumérés, et le modèle mathématique permettant le calcul de ces paramètres est dérivé. En plus, une expression appropriée est dérivée pour le calcul de l'incertitude de mesure élargie pour la conductivité thermique des matériaux de construction.

M. Безяк

Предварительное сообщение

Измерительная ненадёжность теплопроводности строительных материалов

В работе описано устройство для измерения теплопроводности строительных материалов, которые находятся в Лаборатории строительной физике Института строительства Хорватии в Загребе. Перечислены все составляющие измерительной ненадёжности (толщина образца, референтные температуры, падения температур на образцах и плотности теплового течения) и выведена математическая модель их расчёта. Выведено, также, выражение для расчёта расширенной измерительной ненадёжности теплопроводности строительных материалов.

M. Bezjak

Vorherige Mitteilung

Messungsunsicherheit der Wärmeleitfähigkeit von Baustoffen

Beschrieben ist die Anlage für die Messung der Wärmeleitfähigkeit von Baustoffen, die sich im Labor für Bauphysik des Instituts für Bauwesen Kroatiens in Zagreb befindet. Alle Elemente der Messungsunsicherheit (Dicke der Probe, Referenztemperatur, Abminderung der Temperaturen an den Proben und der Dichte der Wärmestömung) sind verzeichnet und das mathematische Modell für deren Berechnung ausgeführt. Ebenfalls ist die Gleichung für die Berechnung der erweiterten Messungsunsicherheit der Wärmeleitfähigkeit von Baustoffen ausgeführt.

Autor: Mr. sc. **Mladen Bezjak**, dipl. ing. stroj., Institut građevinarstva Hrvatske, Rakušina 1, Zagreb

1 Uvod

S obzirom na to da je u posljednjih desetak godina važnost uštede energije u graditeljstvu (kao derivat ekološke skrbi) povećan, tržište građevinskih toplinsko-izolacijskih materijala reagiralo je većim interesom za one materijale kojih su toplinsko-izolacijska svojstva ispitana i potvrđena u ovlaštenim laboratorijima. Također, s obzirom na neprestani dotok novih materijala, laboratorijska ispitivanja toplinsko-izolacijskih svojstava građevinskih materijala ima velik materijalni udio u laboratorijima iz područja građevinske fizike. Metoda određivanja toplinske vodljivosti građevinskih materijala jest normirana metoda [1]. Građevinski materijali kojima se u laboratorijima građevinske fizike na ovaj način određuje toplinska vodljivost jesu: sve vrste mineralnih vuna; poliuretanskih pjena; fenolnih smola; polistirena; krutih ploča od drvene vune, pluta, perlita, vlakana i veziva; toplinskih žbuka; porobetona, plinobetona i laganih betona; rastresitih perlita i glina za ispunu, ... itd.

Nadalje, jedan od zahtjeva norme HRN EN ISO/IEC 17025:2000 [2] prema kojoj se potvrđuje (od Državnog zavoda za normizaciju i mjeriteljstvo) sposobnost laboratorija za ispitivanje nekog fizikalnog svojstva s određenom mjernom metodom jest iskazivati mjernu nesigurnost. U skladu s gore navedenim, procjena mjerne nesigurnosti ispitivanja toplinske vodljivosti građevinskih materijala postala je nužna.

Uređaj sa zaštićenom vrućom pločom sastoji se od adijabatske komore u kojoj je smješten mjerni složaj, sustava za grijanje i hlađenje i sustava za kontrolu i praćenje (regulaciju) mjernog procesa. Mjerni složaj čine dva istovrsna uzorka, grijaća ploča sa zaštitnim prstenom i dva hladila. Bit mjerenja je isključivo vođenjem ostvariti prijenos topline grijalice okomito na uzorak, tako da su bočni gubici (rasipanja) topline zanemarivi [3], što se ostvaruje s pomoću tzv. zaštitne vruće ploče. Između grijalice i zaštitnog prstena nalazi se zračni raspor. Također, na ovaj se način na cijelom mjernom području (jednako površini grijalice) ostvaruje polje jednakih temperatura. Mjerni proces mora biti tako dobro vođen da padovi temperatura na zračnom rasporu između grijalice i zaštitnog prstena ne iznose više od 0,1 K. Potom, pretpostavlja se da zbog dovođenja topline uzorcima ne nastaju promjene obujma, ne postoje izvori ili ponori topline u samim uzorcima, da je temperaturno polje stacionarno te da su uzorci izotropni i homogeni. Za ovaj slučaj, modificirana Fouriereova diferencijalna jednadžba vođenja topline glasi [4]:

$$\dot{q}_x = -\lambda \cdot \frac{dt}{dx} \quad (1)$$

Gdje λ označava koeficijent vođenja topline (toplinska vodljivost) $\left(\frac{W}{m \cdot K}\right)$

\dot{q}_x je gustoća toplinskog toka u smjeru osi x (okomito na uzorak) $\left(\frac{W}{m^2}\right)$

$\frac{dt}{dx}$ označava promjenu temperature dt (K) na diferencijalu uzorka dx (m)

Ispred λ je negativni predznak zato jer prijenos topline teče u smjeru pada temperature, odnosno od toplog prema hladnom.

Iz (1) se izvodi jednadžba mjerenja toplinske vodljivosti uređajem sa zaštićenom vrućom pločom:

$$\lambda = \dot{q} \cdot \frac{d}{t_1 - t_2} \quad (2)$$

gdje d označava debljinu uzorka (m), a t_1 i t_2 označavaju temperature toplije i hladnije strane uzorka, respektivno.

2 Mjerenje debljine uzorka d i procjena mjerne nesigurnosti, $u_c(d)$

U skladu s [1], treba procijeniti sastavljenu standardnu nesigurnost mjerene veličine (d), koja je dobivena izravno (mjerenjem).

Debljina se mjeri na barem dvanaest ($n = 12$) mjernih mjesta na uzorku. Mjeri se pomičnom mjerkom koja se jednom na godinu umjerava i čija je mjerna nesigurnost: $u(pm) = 10 \mu m$.

Srednja vrijednost debljine uzorka jest:

$$\bar{d} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n d_i \quad (3)$$

Standardna nesigurnost (A vrste) srednje vrijednosti debljine uzorka glasi:

$$u(d) = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (d_i - \bar{d})^2}{n \cdot (n-1)}} \quad (4)$$

Sastavljena standardna nesigurnost debljine uzorka računa se kao potpuni diferencijal i iznosi:

$$u_c(d) = \sqrt{u^2(d) + u^2(pm)} \quad (5)$$

3 Mjerenje pada temperature na uzorku ($\Delta t = t_1 - t_2$) i procjena mjerne nesigurnosti, $u_c(\Delta t)$

Temperatura se mjeri termočlancima na barem pet mjesta sa svake strane uzorka (ukupno 20 termočlanaka). Termočlanak je osjetilo koje se sastoji od dvije žice različitog materijala i koje su na jednom kraju skupa zava-

rene a drugi su im krajevi slobodni i izloženi referentnoj temperaturi. Zagrijavanjem termočlanka, poradi razlike temperature između spojišta i slobodnih krajeva, na potojnim se inducira napon. Ovaj se napon s pomoću mjerne karakteristike termočlanka (iskazana od proizvođača) pretvara u temperaturu (t'). Međutim, termočlanak ne mjeri apsolutni iznos temperature na mjernome mjestu, nego samo temperaturnu razliku između mjernog mjesta i njegovih krajeva. Da bi se poznavala stvarna temperatura na mjernom mjestu (t), nužno je zbrojiti i temperaturu njegovih slobodnih krajeva – referentnu temperaturu (t_{ref}): $t = t' + t_{ref}$. Referentna se temperatura mjeri platinskim termometrom (Pt₁₀₀ sonda) čiji se električni otpor mijenja linearno u odnosu na promjenu temperature i mjerenjem električnog otpora na stezaljkama Pt₁₀₀ sonde, uz poznavanje njegove mjerne karakteristike, određuje se referentna temperatura. Premda referentna temperatura pri izračunu temperaturnog pada na uzorcima iščezava: $\Delta t = t_1 - t_2 = t'_1 + t_{ref} - (t'_2 + t_{ref}) = t'_1 - t'_2$, nužno je mjeriti je jer toplinska vodljivost kao svojstvo materijala ovisi i iskazuje se uz srednju ispitnu temperaturu:

$$t_{sr} = \frac{t_1 + t_2}{2} = \frac{t'_1 + t_{ref} + (t'_2 + t_{ref})}{2} \quad (6)$$

Također, nužno je izračunati i njezinu mjernu nesigurnost $u(t_{ref})$.

3.1 Mjerna nesigurnost referentne temperature, $u(t_{ref})$.

Referentna se temperatura mjeri na mjestu gdje se spajaju slobodni krajevi termočlanaka. Srednja vrijednost izmjerenih referentnih temperatura (\bar{t}_{ref}) računa se prema izrazu:

$$\bar{t}_{ref} = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n t_{ref,k} \quad (7)$$

Platinski se termometar periodički umjerava i njegova mjerna nesigurnost, $u(Pt_{100})$, doprinosi sastavljenoj standardnoj nesigurnosti referentne temperature. Standardna nesigurnost izmjerene referentne temperature, $u(t_{ref})$ računa se prema:

$$u(t_{ref}) = \sqrt{\frac{\sum_{k=1}^n (t_{ref,k} - \bar{t}_{ref})^2}{n(n-1)}} \quad (8)$$

Platinski je termometar mjerilo koje temperaturu određuje mjereći električni otpor, tako da se serijski spoji stabilni izvor struje poznate jakosti, dok se na njegovim (Pt₁₀₀) naponskim stezaljkama voltmetrom mjeri napon. Budući da je voltmetar kao i sva ostala mjerila perio-

dički umjeravan, može se izdvojiti i mjerna nesigurnost voltmetra, $u(VM)$, koja također doprinosi sastavljenoj standardnoj nesigurnosti referentne temperature:

$$u_C(t_{ref}) = \sqrt{u^2(t_{ref}) + u^2(VM) + u^2(Pt_{100})} \quad (9)$$

3.2 Mjerna nesigurnost pada temperature, $u_C(\Delta t)$

Iz umjernice za termočlanke očita se mjerna nesigurnost i-tog termočlanka: $u(t\check{c})_i$. Budući da izmjereni napon treba preračunati u °C, s pomoću polinoma ili tablica (interpolacijom) za određenu vrstu termočlanaka, nužno je uzeti u obzir i nesigurnost ove pretvorbe: $u(p)$. Nadalje, u uvodu stoji da je mjerenja nužno provesti u stacionarnom stanju, što znači da je temperatura toplije i hladnije strane uzorka stalna [5]. Iskustvo govori da je potrebno barem 100 minuta držati temperature stalnima, što znači da ako se izmjerene temperature bilježe svake minute, postoji barem $n = 100$ zapisa izmjerenih temperatura na i-tom termočlanku (ukupno 20 termočlanaka).

Srednja je vrijednost izmjerenih temperatura na i-tom termočlanku:

$$\bar{t}_i = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n t_{i,k} \quad (10)$$

Analogno (4), standardna nesigurnost izmjerenih temperatura jest:

$$u(t_i) = \sqrt{\frac{\sum_{k=1}^n (t_{i,k} - \bar{t}_i)^2}{n(n-1)}} \quad (11)$$

Analogno (5) sastavljena je standardna nesigurnost izmjerenih temperatura na i-tom termočlanku:

$$u_C(t_i) = \sqrt{u^2(t_i) + u^2(t\check{c}) + u^2(p)} \quad (12)$$

Budući da se temperatura mjeri na barem pet mjernih mjesta sa svake strane obaju uzoraka, može se izračunati srednja vrijednost temperatura toplije (t_1) i hladnije (t_2) strane uzorka i pripadne im mjerne nesigurnosti. Sastavljena standardna nesigurnost srednjih vrijednosti izmjerenih temperatura računa se prema izrazu za veličine koje međusobno koreliraju⁽¹⁾.

⁽¹⁾ Primjer: ako se s pomoću Ohmova zakona iz izmjerenog napona i jakosti struje računa električni otpor, a i napon i jakost struje su izmjereni istim uređajem, onda njemu nesigurnost električnog otpora, kao sastavljenu mjernu nesigurnost ovih veličina, treba uvećati zbog njihove međusobne korelacije.

$$t_1 = \frac{1}{5} \sum_{i=1}^5 t_{1i} \quad \text{odnosno:} \quad t_2 = \frac{1}{5} \sum_{i=1}^5 t_{2i} \quad (13)$$

Sastavljena standardna nesigurnost toplije strane uzorka (prvih pet termočlanaka):

$$u_C(t_1) = \frac{1}{5} \sqrt{u_C^2(t_1) + u_C^2(t_2) + u_C^2(t_3) + u_C^2(t_4) + u_C^2(t_5) + 2 \cdot [u_C(t_1) \cdot u_C(t_2) + u_C(t_2) \cdot u_C(t_3) + u_C(t_3) \cdot u_C(t_4) + u_C(t_4) \cdot u_C(t_5)]} \quad (14)$$

$$u_C(t_2) = \frac{1}{5} \sqrt{u_C^2(t_6) + u_C^2(t_7) + u_C^2(t_8) + u_C^2(t_9) + u_C^2(t_{10}) + 2 \cdot [u_C(t_6) \cdot u_C(t_7) + u_C(t_7) \cdot u_C(t_8) + u_C(t_8) \cdot u_C(t_9) + u_C(t_9) \cdot u_C(t_{10})]} \quad (15)$$

I analogno, sastavljena standardna nesigurnost hladnije strane uzorka (drugih pet termočlanaka):

I napokon, može se izračunati pad temperature kroz uzorak i pripadna sastavljena standardna nesigurnost:

$$\Delta t = t_1 - t_2 \quad u_C(\Delta t) = \sqrt{u_C^2(t_1) + u_C^2(t_2)} \quad (16)$$

4 Izračun gustoće toplinskog toka \dot{q} i procjena mjerne nesigurnosti, $u_C(\dot{q})$

Kao i temperatura, snaga koja se dovodi grijalici (napon i jakost struje) mjeri se kontinuirano i procjenjuje se ustaljeno stanje. Snaga koja se dovodi glavnoj grijalici jest:

$$P = U \cdot I \quad (17)$$

Srednje vrijednosti izmjerenih napona i jakosti struje jest ($n = 100$):

$$\bar{U} = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n U_k, \quad \text{odnosno} \quad \bar{I} = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n I_k \quad (18)$$

Standardne su nesigurnosti (A vrste) izmjerenih napona i jakosti struje:

$$u(U) = \sqrt{\frac{\sum_{k=1}^n (U_k - \bar{U})^2}{n(n-1)}}, \quad \text{odnosno}$$

$$u(I) = \sqrt{\frac{\sum_{k=1}^n (I_k - \bar{I})^2}{n(n-1)}} \quad (19)$$

Iz umjernice za univerzalni mjerni instrument očita je mjerna nesigurnost mjerenja napona u danom mjernom području, $u(m_1)$ i mjerna nesigurnost mjerenja jakosti struje u danom mjernom području, $u(m_2)$.

Sastavljena standardna nesigurnost mjerenja napona i jakosti struje iznose [5]:

$$u_C(U) = \sqrt{u^2(U) + u^2(m_1)}, \quad \text{odnosno}$$

$$u_C(I) = \sqrt{u^2(I) + u^2(m_2)} \quad (20)$$

Budući da napon i jakost struje međusobno koreliraju, sastavljena standardna nesigurnost snage dovedene grijalici može se pisati:

$$u_C(P) = \sqrt{(I \cdot u_C(U))^2 + (U \cdot u_C(I))^2 + 2 \cdot I \cdot U \cdot u_C(U) \cdot u_C(I)} \quad (21)$$

Mjerna nesigurnost gustoće toplinskog toka računa se kao potpuni diferencijal i glasi:

$$\dot{q} = \frac{P}{A}, \quad \text{odnosno:}$$

$$u_C(\dot{q}) = \sqrt{\left(\frac{1}{A} \cdot u_C(P)\right)^2 + \left(-\frac{P}{A^2} \cdot u_C(A)\right)^2} \quad (22)$$

gdje je A ploština grijalice (mjerno područje), a $u_C(A)$ pripadna sastavljena standardna nesigurnost.

5 Izračun koeficijenta toplinske vodljivosti λ i procjena mjerne nesigurnosti, $u_C(\lambda)$

Koeficijent toplinske vodljivosti računa se u skladu s (2), a pripadna sastavljena standardna nesigurnost kao potpuni diferencijal:

$$u_C(\lambda) = \sqrt{\left(\frac{d}{\Delta t} \cdot u_C(\dot{q})\right)^2 + \left(\frac{\dot{q}}{\Delta t} \cdot u_C(d)\right)^2 + \left(-\frac{\dot{q} \cdot d}{\Delta t^2} \cdot u_C(\Delta t)\right)^2} \quad (23)$$

Iz gornjeg izraza razvidno je da veličine λ , Δt i \dot{q} nisu u međusobnoj korelaciji.

Ako su sve razdiobe srednjih vrijednosti ulaznih veličina normalne (Gaussove), onda se može reći da je i razdioba srednjih vrijednosti izlaznih veličina normalna razdioba (Centralni granični teorem). Slijedeći ovu misao može se izračunati proširena mjerna nesigurnost koeficijenta toplinske vodljivosti:

$$U(\lambda) = k \cdot u_C(\lambda) \quad (24)$$

Rezultat mjerenja koeficijenta toplinske vodljivosti može se iskazati:

$\lambda = \lambda \pm U(\lambda)$, gdje je $U(\lambda)$ proširena mjerna nesigurnost dobivena umnoškom sastavljene standardne nesigurnosti $u_c(\lambda)$ i faktora pokrivanja k na temelju normalne razdiobe s $(n - 1)$ stupnjeva slobode, uz razinu povjerenja⁽²⁾ od 95%.

6 Zaključak

Razvoj tržišta i proizvoda od toplinsko-izolacijskih materijala uzrokovao je promjenu njihove klasifikacije s obzirom na koeficijent toplinske vodljivosti. Donedavno je, primjerice, određeni toplinsko-izolacijski proizvod svrstavan u razrede tipa: od 0,030 W/(m·K) do 0,035 W/(m·K). Danas proizvođači toplinsko-izolacijskih pro-

izvoda iskazuju (na s normom propisani način) vrijednosti koeficijenata toplinske vodljivosti svojih proizvoda tako da ih zaokružuju na 0,001 W/(m·K). Vrijednosti ovako iskazanih deklariranih koeficijenata toplinske vodljivosti toplinsko-izolacijskih materijala međusobno se razlikuju za nevelikih 2% do 4%, što je u području normom propisane točnosti uređaja kojim se koeficijent toplinske vodljivosti mjeri. Ova točnost pri sobnoj temperaturi iznosi 2%, dok je na cijelom temperaturnom području srednjih ispitnih temperatura iznosi čak 5%.

Iz ovoga se može zaključiti da je nužno dobro poznavati sve veličine koje utječu na mjerni proces - sastavnice mjerne nesigurnosti. Također, može se zaključiti da je potreba za procjenom i iskazivanjem mjerne nesigurnosti mjerenja koeficijenta toplinske vodljivosti toplinsko-izolacijskih proizvoda više nego nužna i očita. Na kraju, ali ne i manje važno, mjernu je nesigurnost, u skladu s [2], obvezno procjenjivati i iskazivati i u ispitnim i u umjernim laboratorijima (mjerilištima).

²⁾ Za normalnu razdiobu, uz razinu povjerenja od 95 %, faktor pokrivanja iznosi: $k = 2$, dok uz razinu povjerenja od 99 %, faktor pokrivanja iznosi $k = 3$. Ako se radi o Studentovoj razdiobi (mali broj uzoraka), faktor pokrivanja t za odgovarajuću razinu povjerenja može se izračunati.

LITERATURA

- [1] HRN EN 12667:2002: *Toplinska svojstva građevinskih materijala i proizvoda – Određivanje toplinskog otpora metodom zaštićene vruće ploče i tokomjernom metodom – Proizvodi velikih i srednjih iznosa toplinskog otpora.*
- [2] HRN EN ISO/IEC 17025:2000: *Opći zahtjevi za osposobljenost ispitnih i mjeriteljskih laboratorija.*
- [3] Brezinščak, M.: *Vrlo točna metoda mjerenja toplinske provodnosti izolatora*, Strojarsstvo 23(1981)1, 7 – 15, Zagreb.
- [4] Bošnjaković, F.: *Nauka o toplini - II dio*, IV izdanje, Tehnička knjiga, Zagreb, 1976.
- [5] *Uputa za iskazivanje mjerne nesigurnosti*, hrvatsko izdanje, DZNM, Zagreb, 1995.