

Proračun vitkih stupova armiranih FRP šipkama

Ivan Tomičić

Ključne riječi

FRP šipka,
vitki stup,
proračun,
ekscentrični tlak,
redukcijski faktor,
krutost na savijanje

Key words

FRP bar,
slender pier,
analysis,
eccentric pressure,
reduction factor,
flexural stiffness

Mots clés

barre en FRP,
pilier mince,
analyse,
pression excentrique,
facteur de réduction,
rigidité à la flexion

Ключевые слова

FRP стержень,
тонкий стержень,
расчёт,
эксцентрическое
давление,
редукционный фактор,
жёсткость на изгиб

Schlüsselworte

FRP-Stäbe,
schlanke Stütze,
Berechnung,
ausmittiger Druck,
Reduktionsfaktor,
Biegesteifigkeit

I. Tomičić

Pregledni rad

Proračun vitkih stupova armiranih FRP šipkama

Prikazan je proračun vitkih stupova, armiranih šipkama od FRP-a, napreznih na ekscentrični tlak. Predlaže se primjena postupka za određivanje unutarnjih sila na deformiranom sustavu koji se primjenjuje za elemente s čeličnom armaturom za povećanje momenata savijanja, pri čemu se rabi redukcijski faktor i modificirani izraz za krutost na savijanje. Dan je algoritam za proračun kratkih stupova. U obrađenom primjeru provedena je i usporedba rezultata s primjerom iz rada [7].

I. Tomičić

Subject review

Analysis of slender piers reinforced with FRP bars

The analysis of slender piers reinforced with eccentrically stressed FRP bars is presented. The use of procedure for determining internal forces within a deformed system, used for steel reinforcement, is proposed. At that for the bending moment increase, the reduction factor is used and the modified expression is applied for flexural stiffness calculation. An algorithm for the analysis of short piers is presented. Results for the example presented in the paper are compared with those obtained on the project described in paper [7].

I. Tomičić

Ouvrage de synthèse

Le calcul des piliers minces armés par les barres en FRP

L'analyse des piliers minces, armés par les barres en FRP soumises à une pression excentrique, est présentée. L'emploi du procédé pour la détermination des forces agissant à l'intérieur d'un système déformé, utilisé pour l'acier de ferrailage, est proposé. Dans ce procédé pour l'augmentation du moment fléchissant, le facteur de réduction est utilisé tandis que l'expression modifiée est appliquée pour calculer la rigidité à la flexion. L'algorithme pour l'analyse de piliers courts est présenté. Les résultats pour l'exemple décrit dans l'ouvrage sont comparés avec ceux obtenus sur le projet décrit dans l'ouvrage [7].

И. Томичич

Обзорная работа

Расчёт тонких колонн, армированных FRP стержнями

В работе показан расчёт тонких колонн армированных FRP стержнями, напряжённых на эксцентрическое давление. Предлагается применение способа по определению внутренних сил на деформированной системе, применяющейся для элементов со стальной арматурой для увеличения момента изгиба, при чём применяется редукционный фактор и модифицированное выражение для жёсткости на изгиб. Дан алгоритм для расчёта коротких стержней. В обработанном примере проведено и сравнение результатов с примером из работы [7].

I. Tomičić

Übersichtsarbeit

Berechnung von schlanken mit FRP-Stäben bewehrten Stützen

Dargestellt ist die Berechnung von schlanken, mit FRP-Stäben bewehrten Stützen unter ausmittiger Druckbelastung. Vorgeschlagen ist die Anwendung des Verfahrens für die Ermittlung der Innenkräfte im verformten System das für Elemente mit Stahlbewehrung angewendet wird für die Vergrößerung der Biegemomente, wobei man einen Reduktionsfaktor und einen modifizierten Ausdruck für die Biegesteifigkeit benützt. Vorgelegt ist ein Algorithmus für die Berechnung von kurzen Stützen. Im bearbeiteten Beispiel vergleicht man die Ergebnisse mit dem Beispiel aus dem Artikel [7].

Autor: Prof. emer. dr. sc. **Ivan Tomičić**, dipl. ing. građ., Vramčeva 21, Zagreb

1 Uvod

Za armiranje betonskih konstrukcija u agresivnom okolišu, umjesto čelika počinju se rabiti šipke od vlaknima armiranog polimera, skraćeno FRP-a, prema nazivu na engleskome jeziku *Fiber reinforced polymer*. Vlakna za armiranje mogu biti od finih neprekinutih aramidnih, karbonskih ili staklenih vlakna visoke čvrstoće pa se rabe i detaljnije skraćenice, istim redosljedom, AFRP, CFRP i GFRP. Poznate su prednosti ovoga novoga gradiva, kao što je otpor na elektrokemijsku koroziju, visok omjer čvrstoća/težina, raznovrsnost proizvoda i neosjetljivost na magnetizam. Od nedostataka valja istaknuti elastolinearno ponašanje pod kratkotrajnim opterećenjem do sloma, relativno malu tlačnu čvrstoću u odnosu na vlačnu te smanjen modul elastičnosti prema čeliku.

Za prihvaćanje ovog gradiva u praksi potrebno je načiniti i usvojiti proračunske upute i pravila za sve, različito naprezane, elemente. Dok je proračun sklopova, napreznih savijanjem, armiranih šipkama od FRP-a, uglavnom već poznat i službeno prihvaćen u nekim zemljama, proračun vitkih elemenata napreznih ekscentričnom tlačnom silom tek je u fazi istraživanja. Niska krutost šipki od FRP-a, visok omjer vlačna/tlačna čvrstoća te elastolinearno ponašanje proizvoda od tog gradiva zahtijeva specifičnu provjeru nosivosti stupova opterećenih na ekscentrični tlak. Stoga se, kao prvi zadatak, postavlja određivanje granične vitkosti ispod koje se stupovi tretiraju kao kratki, a iznad kao vitki. Dok se za kratke stupove može rabiti teorija savijanja koja je već u primjeni, vitki se elementi moraju proračunavati po teoriji II. reda ili približnim postupcima u kojima je vitkost glavni parametar. Kako su stupovi armirani šipkama od FRP-a više osjetljivi na slom izvijanjem nego stupovi armirani čelikom, predloženo je da im se granična vitkost smanji. Drugi, također vrlo veliki zadatak je pronalaženje metode proračuna vitkih elemenata napreznih ekscentričnom tlačnom silom. Predlaže se, slično kako se je postupilo u dimenzioniranju na savijanje, da se izrazi koji se rabe za proračun elemenata armiranih čelikom prilagode svojstvima ovoga novoga gradiva i zahtjevu za duktilno ponašanje, što će biti predmetom ovog rada.

2 Značajnija eksperimentalna istraživanja

Da bi se mogli primjenjivati postupci proračuna za elemente armirane čelikom, valja ih prilagoditi svojstvima proizvoda od FRP-a, a za što su potrebna prethodna teoretska i eksperimentalna istraživanja. Ovdje će se, skraćeno, kronološki navesti nekoliko važnijih istraživanja i rezultata ispitivanja, danih opširnije u literaturi [4].

Paramanathan (1993) ispitao je 14 betonskih stupova na tlak, dimenzija $200 \times 200 \times 1800$ mm armiranih šipkama od GFRP-a. On je došao do spoznaje da su šipke

od ovoga gradiva bile napreznim samo 20% do 30% njihove granične čvrstoće, dok su u elementima napreznim savijanjem one bile naprezane do 70%.

Kawaguchi (1993.) istražio je ponašanje 12 stupova izmjera $200 \times 200 \times 1400$ mm, armiranih šipkama od AFRP-a, napreznih na ekscentrični vlak i tlak. On naglašava da nema bitne razlike u proračunu stupova armiranih šipkama od AFRP-a i onih armiranih čelikom.

Kobayashi i Fujisaki (1995.) testirali su brojne betonske stupove, izmjera $200 \times 200 \times 650$ mm, armirane šipkama od aramidnih ili staklenih vlakana, napreznih koncentriranim opterećenjem. Oni su utvrdili tri modela sloma: drobljenje betona, tlačni slom šipki od FRP-a i vlačni slom šipki od istog gradiva. Njihov je zaključak da duktilni slom betonskih stupova ovisi o tlačnoj čvrstoći šipki od FRP-a, koja je bila kao najniža 10% njezine vlačne čvrstoće za šipke od AFRP-a, 30% do 40% za šipke od GFRP-a i 30% do 50% za one od CFRP-a. Međutim, oni kasnije ističu da armatura od GFRP-a, oblika mreže, ima isti kapacitet nosivosti u vlačnom i tlačnom području napreznja.

Fukuyama i drugi (1995.) ispitali su umanjeni model 2,5-katnog i dvorasponskog okvira zgrade, načinjenog posve od stupova i greda armiranih šipkama od FRP-a. Okvir je bio ciklički naprezn horizontalnim silama u visini etaža. Rezultat je njihovih istraživanja histerezna krivulja s tri jasne faze:

1. Elastično ponašanje prije sloma savijanjem, nastalog pri nagibu okvira od 1/2000 rad.
2. Drobljenje betona događalo se poslije raspucavanja, a pri nagibu greda na krajevima 1/50 rad i stupova pri dnu, kod nagiba 1/33 rad.
3. Nakon vršnog odgovora nastupilo je gubljenje krutosti izazvano slomom donjih šipki od FRP-a u jednoj od greda, pri kutu nagiba 1/22 rad.

Autori ističu da su, zbog dostatnih pričuva okvira, deformacije i horizontalne sile pri prvom slomu šipki od FRP-a, istim redosljedom, bile 2,2 i 1,5 puta onih kada se dogodio slom tlakom.

Amer i drugi (1996) ispitali su 8 betonskih stupova izmjera $152 \times 152 \times 1828$ mm, armiranih sa 4 šipke, promjera 7,5 mm od CFRP-a, napreznih silom na različitim ekscentricitetima, te načinili eksperimentalni dijagram interakcije.

Mirmiran i drugi (1998.) proučavali su ponašanje stupova svinutih u jednu krivulju, armiranih šipkama od AFRP-a, CFRP-a i GFRP-a. Oni zaključuju da pri minimalnom koeficijentu armiranja stupova od 1% (preporuka za praktični proračun), granična vitkost treba biti sni-

žena približno 5% kada se rabe šipke od AFRP-a, 15% kada se primjenjuju šipke od CFRP-a i 22% kada su šipke od GFRP-a, u odnosu na onu kada se rabe čelične šipke.

Alsayed i drugi (1999.) ispitali su 15 betonskih stupova, izmjera $450 \times 250 \times 1200$ mm, napreznih koncentriranim uzdužnim opterećenjem, da bi ustanovili posljedice zamjene uzdužne i/ili poprečne čelične armature s ekvivalentnim volumenom šipki od GFRP-a. Rezultati ispitivanja pokazuju da je nosivost stupova, armiranih novim gradivom, reducirana za 13%, a zamjena spona, bez obzira na vrstu uzdužne armature, reducira kapacitet nosivosti stupa za 10%.

Mirmiran i drugi (2001.) načinili su parametarsku studiju testiranjem uzoraka, izmjera 254×254 mm i čvrstoće betona $27,6 \text{ N/mm}^2$. Parametri su bili: koeficijent armiranja ($1 \div 8\%$), omjer modula elastičnosti armature od FRP-a i betona ($1 \div 8$), omjer vlačne čvrstoće šipki od FRP-a i tlačne čvrstoće betona ($15 \div 45$) te omjer tlačne i vlačne čvrstoće šipki od FRP-a ($0,1 \div 0,3$). Za ekscentricitet opterećenja uzeta je 20%-tna visina presjeka stupa.

Autori parametrijske studije na dijagramu granična vitkost/omjer čvrstoće armature od FRP-a prema čvrstoći betona (f_p/f_{ck}), uočavaju prag omjera čvrstoća, te zaključuju da za omjer čvrstoća iznad praga presjek popušta drobljenjem betona, a ispod toga praga presjek popušta zbog sloma tlačne armature. Valja istaknuti da većina proizvoda (šipki) od FRP-a ima omjer čvrstoća koji pada iznad praga.

Na dijagramu granična vitkost/omjer tlačne i vlačne čvrstoće šipki od FRP-a (f_p/f_p), autori, također, uočavaju prag omjera čvrstoća te zaključuju da za omjere iznad praga presjek popušta drobljenjem betona, a ispod praga presjek popušta zbog sloma tlačne armature.

Osim toga, autori na osnovi studije zaključuju da povećanje koeficijenta armiranja šipkama od FRP-a i njihova modula elastičnosti vodi u stabilno stanje, odnosno neosjetljivost na izvijanje. Također zaključuju da su stupovi armirani šipkama od FRP-a mnogo osjetljiviji na koeficijent armiranja od onih armiranih čelikom.

3 Postupak proračuna

3.1 Općenito

Vitki tlačni elementi okvirnih, rešetkastih i sličnih konstrukcija većinom već u početku opterećenja nisu ravni. Krivine mogu biti geometrijske ili statičke prirode. Geometrijske krivine (imperfekcije) posljedica su netočne izvedbe. Uzima se da one prate oblik izvijanja centrično napreznih elamenata. Statičke krivine, koje su posljedica djelovanja momenata savijanja uzduž osi elementa,

ovise o rubnim uvjetima i vitkosti elementa. Stabilnost elementa mora se promatrati na deformiranom sustavu (teorija II. reda).

Dimenzioniranje vitkih elemenata napreznih ekscentričnom tlačnom silom mora biti takvo da za povećane momente savijanja, zbog prirasta ekscentriciteta, sustav bude u stabilnom stanju i da računске vrijednosti reznih sila ne premaše odgovarajuće računске vrijednosti nosivosti.

Pronalaženje reznih sila na deformiranom sustavu moguće je strogo po teoriji II. reda te po približnim postupcima koji su njezina aproksimacija. Kada se element armira čeličnim šipkama, glavni su parametri u približnim postupcima duljina izvijanja (zamjenjujuća duljina stupa l_0) i krutost na savijanje EI.

Približni postupak dan Eurokodom 2 [3] primjenjuje se za elemente konstantnog presjeka i armature, a sastoji se u *pronalaženju povećanog ekscentriciteta* uzdužne sile za koju se pretpostavlja da ostaje nepromijenjena. Ukupni ekscentricitet sastoji se od onoga po teoriji I. reda, zbog imperfekcija te zbog deformiranja elementa.

Uporabom približnog postupka po *metodi povećanja momenta*, danog američkim ACI-propisima [2], rabi se izraz za povećani moment savijanja koji dobro aproksimira točan rezultat po teoriji II. reda.

Oba ova postupka primjenjuju se na proračun vitkih elemenata armiranih čeličnim šipkama. Međutim, da bi se oni mogli rabiti za elemente naprezane ekscentričnom tlačnom silom, armirane šipkama od FRP-a, valja ih prilagoditi svojstvima novog gradiva za armiranje, odnosno većem broju parametara, za što su potrebna dodatna istraživanja. U ovome radu primjenjivat će se približni postupak dan ACI-propisima, koji obuhvaća preinačeni izraz za fleksijsku krutost i redukcijski faktor.

Postupak dimenzioniranja vitkih elemenata, za povećani moment savijanja i odgovarajuću silu, isti je kao i za kratke stupove. Vrijede pretpostavke koje se primjenjuju za elemente armirane čeličnim šipkama, s tim što se predviđa da se šipke od FRP-a elastolinearno ponašaju s konstantnim modulom elastičnosti, ali različitim čvrstoćama na tlak i vlak.

3.2 Metoda povećanja momenta savijanja

Postupak povećanja momenta savijanja vitkih stupova armiranih čelikom, prema američkim normama, bit će prilagođen proračunu stupova armiranih šipkama od FRP-a. Za stupove armirane čeličnim šipkama, izraz za povećani moment glasi:

$$M^II = M \frac{C_m}{1 - \frac{N_{Sd} / \varphi}{N_E}} \quad (1)$$

Tablica 1. Svojstva i granične vitkosti čelikom i šipkama od FRP-a armiranih stupova

Vrsta materijala za armiranje	Vlačna čvrstoća f_p i $f_y \times N/mm^2$	Modul elastičnosti N/mm^2	Omjer tlačne i vlačne čvrstoće	Vlačna i tlačna deformacija pri slomu	Balansirani koeficijent armiranja ρ_{pb} (%)	Granična vitkost* kod 95-postotne red. čvrstoće
čelik	415, f_y	200000	1,0	0,0021 0,0021	5,7	22,2
AFRP	1345, f_p	64810	0,1	0,0207 0,0020	0,38	21,6
CFRP	1000, f_p	96530	0,3	0,0104 0,0031	0,9	18,7
GFRP	550, f_p	29650	0,3	0,0186 0,0056	1,0	17,2

*Za stupove s 1%-tnim koeficijentom armiranja i 20%-tnim omjerom ekscentričnosti, svinute u jednu krivulju i jednakim krajnjim ekscentricitetima, $\times f_y$ - granica popuštanja čelika.

gdje je:

M - moment savijanja dobiven po teoriji I. reda ($M = N \cdot e_0$) za uporabno opterećenje

$C_m = 0,6 + 0,4 (M_1/M_2) \geq 0,4$ - koeficijent kojim se kod horizontalno nepomičnih okvira nejednolika raspodjela momenata savijanja, po duljini elementa, zamijeni jednolikom (M_1 i M_2 momenti savijanja na krajevima elementa)

$\varphi = 0,75$ - faktor redukcije

$N_E = \frac{\pi^2 \cdot E_{cm} \cdot I^{II}}{l_0^2}$ - Eulerova kritična sila

N_{Sd} - računski uzdužna sila

l_0 - duljina izvijanja stupa

$E_{cm} \cdot I^{II}$ - fleksijska krutost betonskog presjeka za naponsko stanje II (pukotine).

Kako se proračun odnosi na vitke elemente, potrebno je odrediti graničnu vitkost. Stupovi kojih je vitkost jednaka ili niža od granične proračunavaju se kao kratki stupovi, dok se približni postupak povećanja momenta odnosi na stupove kojima je vitkost veća od granične.

U tablici 1. prikazana su svojstva šipki za armiranje od čelika i 3 vrste FRP-a prema Mirmiranu (1998.), uporabom rezultata istraživanja Kobayashija i Fujisakija provedenih 1995. U njoj se, osim osnovnih svojstava, nalaze i balansirani koeficijenti armiranja, odnosno oni kod kojih je istodobno dostignuta nosivost tlačne i vlačne zone, te granične vitkosti za sve navedene vrste šipki.

Izraz za balansirani koeficijent armiranja čelikom dobije se iz uvjeta istodobnog dostizanja nosivosti tlačnog i vlačnog područja. Za stupove naprezane ekscentričnom tlačnom silom, a prema ACI-normama, bit će:

$$0,85 f_{ck} \beta_1 \cdot x \cdot b = A_{s1} f_{yk} - A_{s2} \cdot \sigma'_s = (\rho_b \cdot f_{yk} - \rho_2 \cdot \sigma'_s) b \cdot d \quad (2)$$

iz čega slijedi:

$$\rho_b = \frac{0,85 f_{ck} \cdot \beta_1}{f_{yk}} \cdot \frac{0,003 E_s}{0,003 E_s + f_{yk}} + \frac{\rho_2 \cdot \sigma'_s}{f_{yk}} \quad (3)$$

gdje je:

f_{ck} - karakteristična čvrstoća betona (razred betona)

β_1 - koeficijent kojim se definira visina pravokutnika tlačnih napona

$\sigma'_s = \epsilon_s \cdot E_s \leq f_{yk}$ - napon u tlačnoj armaturi

f_{yk} - karakteristična granica popuštanja čelika

$\rho_b = A_{s1}/(b \cdot d)$ - balansirani koeficijent armiranja vlačnog područja presjeka

$\rho_2 = A_{s2}/(b \cdot d)$ - koeficijent armiranja tlačnog područja presjeka

E_s - modul elastičnosti čelika.

Izraz za balansirani koeficijent armiranja šipkama od FRP-a dobije se prilagođavanjem izraza (3) svojstvima novog gradiva:

$$\rho_{pb} = \frac{0,85 f_{ck} \cdot \beta_1}{f_p} \cdot \frac{0,003 E_p}{0,003 E_p + f_p} + \frac{\rho_{p2} \cdot f'_p}{f_p} \quad (4)$$

gdje je:

f_p - vlačna čvrstoća šipke od FRP-a

f'_p - tlačna čvrstoća šipki od FRP-a

E_p - modul elastičnosti šipki od FRP-a

$\rho_{p2} = A_{p2}/(b \cdot d)$ - koeficijent armiranja tlačnog područja

$\rho_{pb} = A_{p1}/(b \cdot d)$ - balansirani koeficijent armiranja vlačnog područja.

Prema ACI-normama, fleksijskom krutošću betonskog presjeka uzima se u obzir učinak pukotina u vlačnoj zoni, puzanje i nelinearnost dijagrama σ - ϵ kod betona te prisutnost armature dvama izrazima:

$$E \cdot I^{II} = \frac{0,2 E_{cm} \cdot I_g + E_s \cdot I_s}{1 + \beta_d} \quad (5)$$

ili

$$E \cdot I^{II} = \frac{0,4 E_{cm} \cdot I_g}{1 + \beta_d} \quad (6)$$

Tablica 2. Predložene veličine za stupove prema ACI-normama

Veličina		Čelične šipke ACI-norme	Šipke od FRP (modificirani izrazi)
Granična vitkost		22	17
Faktor redukcije krutosti		0,75	$0,36 + 0,05 n - 0,3e/h$; $0,2 + 0,06 n$ (za $e/h \leq 0,4$); $0,2 + 0,04 n$ (za $e/h \leq 1,0$)
Fleksijska krutost	Jednadžba ACI (5)	$E \cdot I_{II} = \frac{0,2 E_{cm} \cdot I_g + E_s \cdot I_s}{1 + \beta_d}$	Ista kao i za čelikom armiran stup
	Jednadžba ACI (6)	$E \cdot I_{II} = \frac{0,4 E_{cm} \cdot I_g}{1 + \beta_d}$	$E \cdot I_{II} = \frac{0,25 E_{cm} \cdot I_g}{1 + \beta_d}$ (za $e/h \leq 0,4$) $E \cdot I_{II} = \frac{0,1 E_{cm} \cdot I_g}{1 + \beta_d}$ (za $e/h \leq 1,0$)

gdje je:

- E_{cm} - sekantni modul elastičnosti betona
 I_g - moment tromosti punog betonskog presjeka
 E_s - modul elastičnosti čelika
 I_s - moment tromosti armature
 $\beta_d = M_d/M$
 ili N_d/N - koeficijent kojim se uvodi puzanje betona (M_d - moment od dugotrajnog opterećenja).

Ovi izrazi koji se rabe za proračun vitkih elemenata armiranih čeličnim šipkama, bit će modificirani za određivanje krutosti stupova armiranih šipkama od FRP-a.

Osim istraživanja što su ih proveli Kobayashi i Fujisaki, kojih su rezultati kasnije, prema Mirmiranu, dani u tablici 1., Mirmiran i drugi [4] također su načinili parametarsku studiju te je primijenili za dobivanje granične vitkosti, modificiranih izraza za određivanje faktora redukcije i fleksijske krutosti stupova armiranih šipkama od FRP-a.

Ako se uzme da je, u skladu s ACI-normama, granična vitkost na osnovi 20%-tnog ekscentriciteta i 1%-koeficijenta armiranja, te primijeni i za slučaj armiranja šipkama od FRP-a, a za područje omjera tlačne i vlačne čvrstoće iznad praga 0,25, u kojem učinak omjera čvrstoća nije značajan, sugerira se da vitkost stupova, u skladu sa sigurnošću, bude umjesto 22 za čelik, 17 za stupove armirane šipkama od FRP-a. Uporaba veće granične vitkosti za stupove armirane šipkama od AFRP-a dopušta se zbog njihove niske tlačne čvrstoće, što je u skladu s tablicom 1., gdje je granična vitkost za stupove amirane šipkama od AFRP-a 21,6.

Za preinačivanje izraza (1), Mirmiran i drugi analizirali su ukupno 6480 parametarskih slučajeva. Od istraženih parametarskih omjera dva su se pokazala više osjetljivima, a to je omjer modula elastičnosti i ekscentričnosti u odnosu na visinu presjeka. Kada se omjer modula približava broju 8, a omjer ekscentričnosti je nula, stup se ponaša slično onom armiranom čelikom pa se za redukcijski faktor može uzeti $\varphi = 0,75$, a za ostale slučajeve dane su dvije jednostavne formule za određivanje faktora redukcije u tablici 2. Također, originalne formule ACI-

normi za krutost odgovaraju kada je omjer ekscentričnosti blizu broja 0,2, a svako odstupanje od toga broja rezultira mnogo nižoj krutosti. Bila su predložena dva seta modifikacija: prvi za omjer ekscentričnosti do $e/h = 0,4$ i drugi za veće omjere ekscentričnosti, ali manje od 1,0. Sugeriraju se linearne funkcije, ovisno o dva parametra "n" (omjer modula) i e/h (omjer ekscentričnosti) za dobivanje krutosti stupova armiranih šipkama od FRP-a (tablica 2.).

3.3 Algoritam dimenzioniranja kratkih stupova

Pri dimenzioniranju kratkih stupova, armiranih šipkama od FRP-a, pravokutnog presjeka, napreznih na ekscentrični tlak, u skladu s ENV 1992. propisima, predlaže se proračunski slijed:

1. Izračunaju se računski vrijednosti M_{Sd} i N_{Sd} za standardnu situaciju djelovanja
2. Za odabrano gradivo proračunaju se računski čvrstoće
3. Izračuna se limitirana visina tlačne zone

$$\text{(jednostruko armiranje)} \quad x_{lim} = \frac{0,0035 E_p}{0,0035 E_p + f_{pd}} \cdot d,$$

te bezdimenzijski granični moment nosivosti
 $\mu_{Rd,lim} = 0,688 (x/d)_{lim} (1 - 0,416 (x/d)_{lim})$

4. Proračuna se računski moment savijanja s obzirom na težište vlačne armature: $M_{Sdp} = M_{Sd} + N_{Sd} z_{p1}$

gdje je:

z_{p1} - udaljenost od težišta presjeka do težišta vlačne armature.

Bezdimenzijski moment savijanja bit će:

$$\mu_{Sdp} = \frac{M_{Sdp}}{b \cdot d^2 \cdot f_{cd}} \text{ pa kada je ova veličina veća od}$$

$\mu_{Rd,lim}$, stup se dvostruko armira

$$A_{p1} = \frac{M_{Rdp,lim}}{z_{lim} \cdot f_{pd}} + \frac{M_{Sdp} - M_{Rdp,lim}}{(d - d_2) f_{pd}} - \frac{N_{Sd}}{f_{pd}}$$

$$A_{p2} = \frac{M_{Sdp} - M_{Rdp,lim}}{(d - d_2) \sigma_{p2}}$$

gdje je:

$$\sigma_{p2} = \varepsilon_{p2} \cdot E_p < f'_{pd}$$

$$M_{Rdp,lim} = \mu_{Rd,lim} \cdot b \cdot d^2 \cdot f_{cd}$$

Minimalna armatura u stupu mora biti veća od 1,0%.

5. Provjera duktilnosti (slom preko betona)

U skladu s ACI-normama izračuna se balansirani koeficijent armiranja prema izrazu (4) te provjerava uvjet: $\rho_{p1} = A_{p1}/(b \cdot d) \geq 4/3 \rho_{pb}$

Ako ovaj uvjet ne zadovoljava, valja povećati vlačnu armaturu.

6. Valja provjeriti uzrok sloma stupa

Za slom preko betona treba zadovoljit uvjet da je $f_p/f_{ck} \geq 25$ ili $f'_p/f_p \geq 0,25$. U protivnom uzrok sloma bit će popuštanje tlačne armature od FRP-a.

3.4 Primjer

Valja proračunati vitki stup, izmjera i opterećenja prema slici 1., armiran šipkama od CFRP-a. Primjer je uzet iz knjige [7] gdje je stup armiran čelikom.

Rezne sile dobivene po teoriji I. reda:

$N = 320 \text{ kN}$	$N_G = 150 \text{ kN}$	$N_p = 170 \text{ kN}$
$H = 20 \text{ kN}$	$H_G = 8 \text{ kN}$	$H_p = 12 \text{ kN}$
$M = 90 \text{ kNm}$	$M_G = 36 \text{ kNm}$	$M_p = 54 \text{ kNm}$

Kakvoća gradiva i geometrijske veličine:

C 25/30, $E_{cm} = 30500 \text{ N/mm}^2$

$f_p = 1000 \text{ N/mm}^2$

$E_p = 96530 \text{ N/mm}^2$, tablica 1.

$A_c = 0,60 \cdot 0,30 = 0,18 \text{ m}^2$

$I_g = 0,0054 \text{ m}^4$

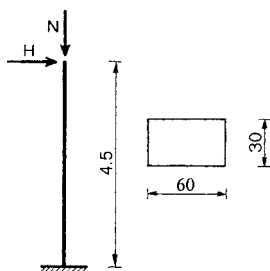
$l_0 = 4,5 \cdot 2 = 9,0 \text{ m}$

$\lambda = 900/(0,289 \cdot 60) = 52 > 17$

$e/h = 0,281/0,60 = 0,46 < 1,0$

Faktor redukcije i krutost-tablica 2.

$\varphi = 0,36 + 0,05 \cdot 96530/30500 - 0,3 \cdot 0,46 = 0,38$



Slika 1. Dimenzije i opterećenje stupa

Povećani moment savijanja (izraz (1))

$C_m = 1,0$ - konzola

$\beta_d = 150/320 = 0,47$

$E_{cm} \cdot I^{II} = \frac{0,23 \cdot 3,050 \cdot 10^7 \cdot 0,0054}{1 + 0,47} = 25800 \text{ kNm}^2$

$N_E = \frac{\pi^2 \cdot 25800}{9,0^2} = 3144 \text{ kN}$

$N_{Sd} = 1,35 \cdot 150 + 1,5 \cdot 170 = 457,5 \text{ kN}$

$M^{II} = 90 \frac{1}{1 - \frac{457,5/0,38}{3144}} = 145,9 \text{ kNm}$

Dimenzioniranje kritičnog presjeka -poglavlje 3.3

$M_{Sd}^{II} = 457,5 \cdot 0,281 \cdot 1,621 = 208,4 \text{ kNm}$

$f'_{pd} = 0,3 \cdot 1000/1,5 = 200 \text{ N/mm}^2$ - računski tlačna čvrstoća šipki od CFRP-a

$f_{pd} = 1000/1,5 = 666,6 \text{ N/mm}^2$ - računski vlačna čvrstoća šipki od CFRP-a

$f_{cd} = 25/1,5 = 1,66 \text{ N/mm}^2$ - računski čvrstoća betona

$d = 60 - 5 = 55 \text{ cm}$

$M_{Sdp} = 208,4 + 457,5 \cdot 0,25 = 322,8 \text{ kNm}$

$x_{lim} = \frac{0,0035 \cdot 96530}{0,0035 \cdot 96530 + 666,6} \cdot 55 = 18,5 \text{ cm}$

$\mu_{Rd,lim} = 0,688(0,336)(1 - 0,416 \cdot 0,336) = 0,199$

$M_{Rd,lim} = 0,199 \cdot 30 \cdot 55^2 \cdot 1,66 = 29980 \text{ kNcm} < M_{Sdp} = 32280 \text{ kNcm}$

Presjek je potrebno dvostruko armirati

$z_{lim} = 55(1 - 0,416 \cdot 0,336) = 47,3 \text{ cm}$

$A_{p1} = \frac{29980}{47,3 \cdot 66,66} + \frac{32280 - 29980}{(55 - 5) \cdot 66,66} - \frac{457,5}{66,66} = 3,34 \text{ cm}^2$

$\varepsilon_{p2} = 3,5 \cdot 13,5/18,5 = 2,5\%$; $\sigma_{p2} = 0,0025 \cdot 96530 = 241,3 \text{ N/mm}^2 > f'_{pd} = 200 \text{ N/mm}^2$

$A_{p2} = \frac{32280 - 29980}{50 \cdot 20} = 2,3 \text{ cm}^2$

$\rho_{p1} = 3,34/(30 \cdot 55) = 0,00202 < \rho_{p1,min} = 0,5 \cdot 0,01 = 0,005$

Provjera duktilnosti primjenom balansiraniog koeficijenta armiranja - izraz [4]

$\rho_{pb} = \frac{0,85 \cdot 0,8 \cdot 25}{1000} \cdot \frac{0,003 \cdot 96530}{0,003 \cdot 96530 + 1000} + \frac{0,005 \cdot 300}{1000} = 0,0053$

Kako je $\rho_{p1} = 0,005 < 4/3 \cdot 0,0053 = 0,00707$, potrebno je povećati armaturu da bude $\rho_{p1} \geq 4/3 \rho_{pb}$ pa se odabire $5\phi 19 \dots 14,18 \text{ cm}^2$

$$\rho_{p1} = 14,18 / (30 \cdot 60) = 0,0079 > 4/3 \cdot 0,0053 = 0,00707$$

Ukupno u stup $10\phi 19 \dots 28,36 \text{ cm}^2$

Vrsta sloma:

- kako je omjer $f_p/f_c = 1000/25 = 40 > 25$ (praga), slom ide preko betona
- kako je omjer $f_p'/f_p = 0,3 > 0,25$ (praga), slom ide preko betona

Vitki stup armiran šipkama od CFRP-a, naprezan na ekscentrični tlak, ponašat će se, pod predviđenim opterećenjem, duktilno.

4 Zaključak

Jedno od radikalnih rješenja da bi se spriječilo propadanje armiranobetonskih konstrukcija izazvano korozijom čelika u agresivnoj sredini jest zamjena čelične armature onom od vlaknima armiranog polimera. Ta mogućnost potakla je opsežna istraživanja u svijetu, usmjerena na utvrđivanje svojstava novog gradiva te dobivanje postupka proračuna elemenata, ovisno o naprezanju, armiranih šipkama od FRP-a. Pritom se najčešće nastojalo prilagoditi aktualne postupke proračuna, koji se rabe za analizu elemenata armiranih čelikom, svojstvima onih armiranih

šipkama od FRP-a. Kada se radi o vitkim elementima napreznih na ekscentrični tlak, što je predmetom ovoga rada, primjenjuje se *postupak povećanja momenta savijanja* na deformiranom sustavu, predloženim američkim ACI-normana za proračun elemenata armiranih čelikom.

Kako je glavni parametar u ovom postupku granična vitkost, u SAD-u i šire provedena su opsežna istraživanja da se ona odredi. Istraživanja su pokazala da se granična vitkost elemenata armiranih šipkama od FRP-a treba sniziti, u odnosu na onu za stupove armirane čelikom, od 22 na 17. Za redukcijski koeficijent i krutost, koji su bitni u postupku proračuna, na osnovi istraživanja dani su modificirani izrazi za njihovo određivanje u funkciji omjera modula elastičnosti i omjera ekscentričnosti i visine presjeka.

Za provjeru duktilnosti predlažu se preporuke istraživača po kojima se traži da koeficijent armiranja vlačnog područja bude veći od $4/3$ balansirano koeficijenta armiranja, kako bi slom išao preko betona tlačnog područja. Također, istraživači daju još dvije mogućnosti provjere duktilnosti. Iz omjera vlačne čvrstoće šipki od FRP-a i tlačne betona, može se zaključiti hoće li do sloma doći preko betona ili tlačne armature, a iz omjera tlačne i vlačne čvrstoće šipki od FRP-a također ide li slom preko betona ili tlačne armature. Iz riješenog se primjera može vidjeti da se razmatrani stup ponaša duktilno, odnosno da slom ide preko betona.

LITERATURA

- [1] Masmoudi, R.; Thériault, M.; Benmokrane, B.: *Flexural Behavior of Concrete Beams Reinforced with Deformed Fiber Reinforced Plastic Reinforcing Rods*, ACI Structural Journal, Vol. 95, No. 6, November-December, 1998, 665-676
- [2] ACI Committee 318-99, *Building Code Requirements for Structural Concrete*, American Concrete Institute, Farmington Hills, Mich., 1999, 391 pp.
- [3] ENV 1992, *Design of Concrete Structures-Part 1-1*, CEN, Brussels, October, 1994.
- [4] Mirmiran, A.; Yuan, W.; Chen, X.: *Design for Slenderness in Concrete Columns Internally Reinforced with Fiber-Reinforced Polymer Bars*, ACI Structural Journal, Vol. 98, No. 1, January-February, 2001, 116-125
- [5] Tomičič, I.: *Proračun greda armiranih šipkama od polimera armiranog vlaknima*, CIM 47 (2001) 5-6, 117-124
- [6] Tomičič, I.: *Proračun duktilnih pravokutnih greda armiranih šipkama od FRP-a napreznih savijanjem*, Zlatni sabor HDGK, Zagreb, 20-21. studenog 2003, 469-479
- [7] Tomičič, I.: *Betonske konstrukcije*, DHGK, Zagreb, 1996.