

# Nelinearni statički seizmički proračuni konstrukcija

Saša Mitrović, Mehmed Čaušević

## Ključne riječi

konstrukcija, nelinearni seizmički proračun, statička metoda N2, nelinearna statička metoda koeficijenata NSP, metoda spektra kapaciteta CSM

## Key words

structure, nonlinear seismic analysis, static method N2, nonlinear static procedure NSP, capacity spectrum method CSM

## Mots clés

structure, analyse sismique non-linéaire, méthode statique N2, procédure non-linéaire statique NSP, méthode de capacité spectrale CSM

## Ключевые слова

конструкция, нелинейный сейсмический расчет, статический метод N2, нелинейный статический метод коэффициентов NSP, метод спектра интенсивности CSM

## Schlüsselworte

Konstruktion, unlineare seismische Berechnung, statische Methode N2, unlineare statische Methode der Koeffizienten NSP, Methode des Kapazitätsspektrums CSM

S. Mitrović, M. Čaušević

## Nelinearni statički seizmički proračuni konstrukcija

U radu su prikazane statičke i dinamičke metode nelinearnog seizmičkog proračuna konstrukcija koje su razvijane u posljednjih desetak godina, a našle su mjesto u europskim i američkim seizmičkim propisima. Te su metode: nelinearna statička metoda N2 (Eurokod 8), nelinearna statička metoda koeficijenata NSP (FEMA 356) i unaprijeđena metoda spektra kapaciteta CSM (FEMA 440). Metode su ilustrirane na primjeru osmerokatne zgrade s ab okvirima, a rezultati su međusobno uspoređeni.

S. Mitrović, M. Čaušević

## Nonlinear static seismic analysis of structures

Static and dynamic methods of nonlinear seismic analysis of structures, developed over the past decade, and incorporated in European and American seismic regulations, are presented. These methods are the nonlinear static method N2 (Eurocode 8), the nonlinear static procedure NSP (FEMA 356), and the revised capacity spectrum method CSM (FEMA 440). The methods are illustrated by an example of an eight-storey building with reinforced-concrete frames, and the results obtained are compared.

S. Mitrović, M. Čaušević

## Analyse sismique non-linéaire statique des structures

Les méthodes statiques et dynamiques pour l'analyse sismique non-linéaire des structures, développées au cours de la décennie passée, et incorporées dans la réglementation sismique européenne et américaine, sont présentées. Ces méthodes sont la méthode non-linéaire statique N2 (Eurocode 8), la procédure non-linéaire statique NSP (FEMA 356), et la méthode révisée de capacité spectrale CSM (FEMA 440). Les méthodes suscitées sont illustrées par un exemple d'immeuble à huit étages avec les cadres en béton armé, et les résultats obtenus sont comparés.

С. Митрович, М. Чаушевич

## Нелинейный статический сейсмический расчет конструкций

В работе показаны статические и динамические методы нелинейного сейсмического расчета конструкций, разработанные в течение последних десяти лет и нашедшие применение в европейских и американских сейсмических нормах. Это следующие методы: нелинейный статический метод N2 (Eurokod 8), нелинейный статический метод коэффициентов NSP (FEMA 356) и усовершенствованный метод спектра интенсивности CSM (FEMA 440). Методы иллюстрируются на примере восьмизэтажного здания с рамами, проведен сравнительный анализ результатов.

S. Mitrović, M. Čaušević

## Unlineare statische seismische Berechnung von Konstruktionen

Im Artikel sind statische und dynamische Methoden der unlinearen seismischen Berechnung von Konstruktionen dargestellt die in den letzten zehn Jahren entwickelt wurden, und die in den europäischen und amerikanischen seismischen Vorschriften ihren Platz gefunden haben. Diese Methoden sind: die unlineare statische Methode N2 (Eurokode 8), die unlineare statische Methode der Koeffizienten NSP (FEMA 356) und die verbesserte Methode des Kapazitätsspektrums CSM (FEMA 440). Die Methoden sind illustriert am Beispiel eines achstöckigen Gebäudes mit Stb. Rahmen, und die Ergebnisse sind miteinander verglichen.

Pregledni rad

Subject review

Ouvrage de synthèse

Обзорная работа

Übersichtsarbeit

Autori: Mr. sc. Saša Mitrović, dipl. ing. građ.; prof. dr. sc. Mehmed Čaušević, dipl. ing. građ., Sveučilište u Rijeci, Građevinski fakultet

## 1 Uvod

Cilj je suvremenih propisa i norma za proračun konstrukcija u seizmičkim područjima osigurati dostatan kapacitet trošenja energije bez bitnog smanjenja lokalne i globalne nosivosti na horizontalna i vertikalna opterećenja i bez oštećenja koja bi ograničila uporabljivost građevine. Metode koje su na raspolaganju pri ispunjavanju tih ciljeva su sljedeće [1, 2]:

- linearni statički proračun primjenom ekvivalentnoga statičkog djelovanja
- linearni dinamički modalni proračun spektrima odziva
- nelinearna statička metoda postupnoga guranja (*pushover*)
- nelinearni dinamički proračun uporabom zapisa ubrzanja u vremenu (*time-history*).

Redoslijed kojim su ove metode nabrojene odgovara i njihovoj točnosti. Međutim, kako raste točnost metode, tako raste i njezina složenost, što povećava napor i vrijeme potrebno za njezino provođenje.

### Tradicionalni pristup

Tradicionalni pristup u seizmičkim proračunima konstrukcija zasniva se na zadovoljavanju temeljnih zahtjeva provjerom graničnog stanja nosivosti i graničnog stanja uporabljivosti elastičnim proračunom konstrukcije. Da bi se izbjegao nelinearni proračun konstrukcije, kapacitet trošenja energije u konstrukciji uzima se u obzir provodeći linearni proračun koji se zasniva na reduciranim elastičnim spektrima odziva ubrzanja podloge. Redukcija se izvodi koeficijentom koji je u europskim metodama nazvan faktorom ponašanja  $q$ , a tako reducirani elastični spektri nazivaju se proračunskim spektrima. Međutim, postoje nedostaci takvog pristupa, a oni su sljedeći:

- preporučene vrijednosti za faktor ponašanja su približne i ne predstavljaju nužno konkretnu konstrukciju
- kada ponašanje konstrukcije uđe u nelinearno područje dolazi do preraspodjela sila i deformiranja, što nije obuhvaćeno proračunom
- mehanizam koji dovodi do sloma ne može se predvidjeti elastičnom raspodjelom sila i deformiranja
- raspodjela i vrijednosti deformiranja u neelastičnom području nemaju nikakvu sličnost s onima u elastičnom području.

Elastične metode, unatoč ovim nedostacima, zbog svoje jednostavnosti i pristupačnosti, zauzimaju glavno mjesto u današnjoj inženjerskoj praksi.

### Suvremeni pristup

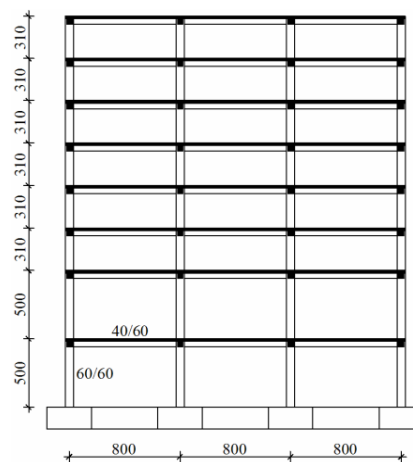
Posljednjih godina razvijaju se nove metode koje sadrže inženjerske koncepte temeljene na ponašanju konstrukcije (*performance based engineering concept*), čime se želi posvetiti veća pažnja kontroli oštećenja. Pristup na osnovi pomaka (*displacement-based approach*) pokazuje se kao puno bolji izbor u težnji za realnijim spoznavanjem problema seizmičkog djelovanja od tradicionalnog pristupa na osnovi sila (*force-based approach*).

Najtočniji u opisu problema jest svakako nelinearni seizmički proračun uporabom zapisa ubrzanja u vremenu čija je primjena, dugoročno gledano, ispravan put razvoja i konačan cilj. Međutim, zbog svoje kompleksnosti i zahtjevnosti još uvijek izlazi iz okvira praktične primjene.

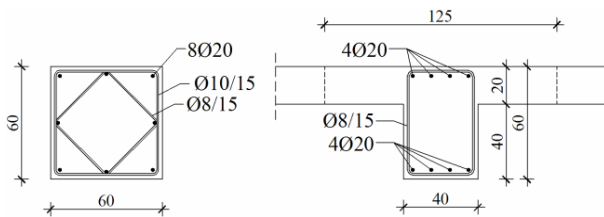
Između linearnih metoda i nelinearnoga dinamičkog proračuna uporabom zapisa ubrzanja u vremenu, kao spona i trenutačno najracionalnije održivo rješenje, rabi se nelinearni statički pristup. Tako je u novije vrijeme u europske norme ušla metoda N2 [1, 2, 3]. U američkom ATC-u 40 [4] obrađena je metoda spektra kapaciteta (*Capacity Spectrum Method*). Njezina novija unaprijeđena varijanta prikazana je u FEMA-i 440 [5]. Metoda koeficijentata (*Coefficient Method*) odnosno NSP (*Non-linear Static Procedure*) uvedena je u FEMA-i 274 [6], a novija unaprijeđena verzija prikazana je u FEMA-i 356 [7].

### Primjer za ilustraciju metoda

Primjenu navedenih nelinearnih metoda pokazat ćemo na primjeru armiranobetonske građevine prikazane na slici 1. Građevina ima 8 katova od kojih su prva dva visine 5,00 m, a ostali 3,10 m. Svi stupovi su dimenzija 60x60 cm, a grede 40x60 cm (slika 2.). Ploča je debljine 20 cm. Beton je razreda C30/37, a armatura B500. Mase katova okvira za visine 3,10 m su 66,96 t, a mase katova visine 5,00 m su 73,80 t, što daje ukupnu masu od 549,36 t.

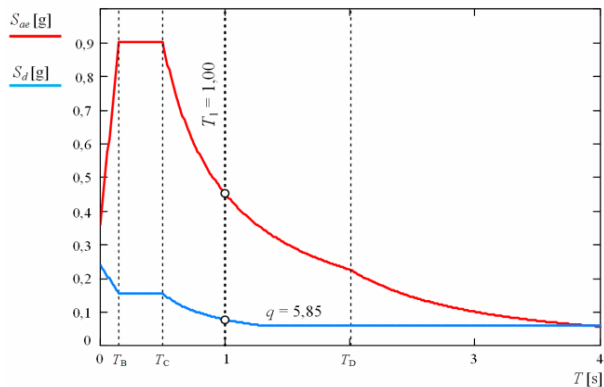


Slika 1. Armiranobetonska konstrukcija dijela garaže Tower centra u Rijeci



Slika 2. Poprečni presjeci stupova i greda s armaturom

Konstrukcija je projektirana prema europskoj normi EN 1998-1:2004 [1] sa sljedećim parametrima: razred tla B, kategorija važnosti II ( $\gamma_I = 1$ ), tip spektra 1, viskozno prigušenje  $\xi = 5\%$  i faktor ponašanja 5,85. Provest ćemo proračune za razinu vršnog ubrzanja podloge  $a_{gR} = 0,3$  g. Prvi vlastiti period ove konstrukcije jest oko 1 s, a doprinos prvog oblika na odziv konstrukcije više od 88%. Na slici 3. prikazan je elastični spektar odziva ubrzanja i odgovarajući proračunski spektar, čime je definiran seizmički zahtjev.

Slika 3. Elastični spektar ubrzanja  $S_{ae}$  s 5% prigušenja za vršno ubrzanje podloge od 0,3 g i odgovarajući proračunski spektar za faktor ponašanja  $q = 5,85$ 

## 2 Europska nelinearna statička metoda N2

Metoda N2 provodi se u 8 koraka koji su ukratko prikazani u nastavku [1, 2, 3].

### Korak 1. - podaci

Podaci o konstrukciji i seizmički zahtjev dani su na slikama 1., 2. i 3.

### Korak 2. - seizmičko opterećenje u formatu AD

Počevši od uobičajenog spektra ubrzanja, u kojem je ubrzanje dano u odnosu na period, odredit ćemo nelinearni spektar u formatu ubrzanje – pomak (format AD – acceleration - displacement). Za nelinearni sustav s jednim stupnjem slobode s bilinearnim odnosom sila – deformiranje, spektar ubrzanja  $S_a$  i spektar pomaka  $S_d$  mogu se odrediti na sljedeći način:

$$S_a = \frac{S_{ae}}{R_\mu} \quad (1)$$

$$S_d = \frac{\mu}{R_\mu} S_{de} = \frac{\mu}{R_\mu} \frac{T^2}{4\pi^2} S_{ae} = \mu \frac{T^2}{4\pi^2} S_a \quad (2)$$

gdje je  $\mu$  koeficijent duktilnosti definiran kao odnos maksimalnog pomaka i pomaka na granici popuštanja, a  $R_\mu$  reduksijski faktor zbog duktilnosti zbog histereznog rasipanja energije duktilnih konstrukcija.

Faktor redukcije  $R_\mu$  određen je bilinearnim spektrom definiranim na sljedeći način:

$$R_\mu = (\mu - 1) \frac{T}{T_C} + 1 \quad \text{za } T < T_C \quad (3)$$

$$R_\mu = \mu \quad \text{za } T \geq T_C \quad (4)$$

gdje je  $T_C$  karakterističan period gibanja podloge čija se vrijednost obično definira kao prijelazni period između segmenta konstantnog ubrzanja spektra odziva (područje kratkih perioda) i segmenta konstantne brzine (područje srednjih perioda), slika 3.

### Korak 3. - metoda postupnog guranja

Metoda postupnog guranja provodi se tako da se konstrukcija podvrgne monotono rastućem bočnom opterećenju [8]. Takvo opterećenje predstavlja inercijske sile koje nastaju kao posljedica ubrzanja temeljnog tla. Postupnim povećavanjem bočnog opterećenja dolazi do progresivnog popuštanja elemenata konstrukcije, što dovodi do smanjenja njezine krutosti. Metoda postupnog guranja daje karakterističnu nelinearnu krivulju odnosa sile i pomaka, a najčešće se prikazuje kao odnos ukupne poprečne sile  $V$  u razini temelja i pomaka vrha zgrade  $D_r$ . Takav je prikaz vrlo zanimljiv jer istodobno daje podatke o nosivosti, duktilnosti i krutosti konstrukcije, slika 4.

Vektor bočnog opterećenja  $\mathbf{P}$  određuje se na sljedeći način:

$$\mathbf{P} = p \mathbf{m} \Phi \quad (5)$$

gdje je  $p$  intenzitet bočnih sila,  $\mathbf{m}$  matrica masa i  $\Phi$  pretpostavljeni oblik pomaka. Matrica masa konstrukcije kvadratna je dijagonalna matrica reda osam (8x8), čije su vrijednosti dijagonalnih članova mase katova, počevši od najvišeg, a svi izvan dijagonalni članovi jednaki su nuli.

$$\mathbf{m} = \begin{bmatrix} 73,80 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 73,80 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 66,96 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 66,96 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 66,96 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 66,96 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 66,96 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 66,96 \end{bmatrix} \cdot t$$

Pretpostavljeni oblici pomaka jesu:

$$\Phi^T = [1,00 \ 1,00 \ 1,00 \ 1,00 \ 1,00 \ 1,00 \ 1,00 \ 1,00 \ 1,00]$$

*jednolika raspodjela*

$$\Phi^T = [0,17 \ 0,35 \ 0,46 \ 0,57 \ 0,67 \ 0,78 \ 0,89 \ 1,00]$$

*trokutasta raspodjela*

$$\Phi^T = [0,24 \ 0,56 \ 0,69 \ 0,79 \ 0,87 \ 0,93 \ 0,971,00]$$

*modalna raspodjela*

Oblik raspodjele bočnih sila dobiva se iz jednadžbe (6) i normalizira se tako da sila na krovu ima jediničnu vrijednost:

$$\mathbf{P}^T = [1,00 \ 1,00 \ 1,00 \ 1,00 \ 1,00 \ 1,00 \ 1,00 \ 1,00]$$

*jednolika raspodjela*

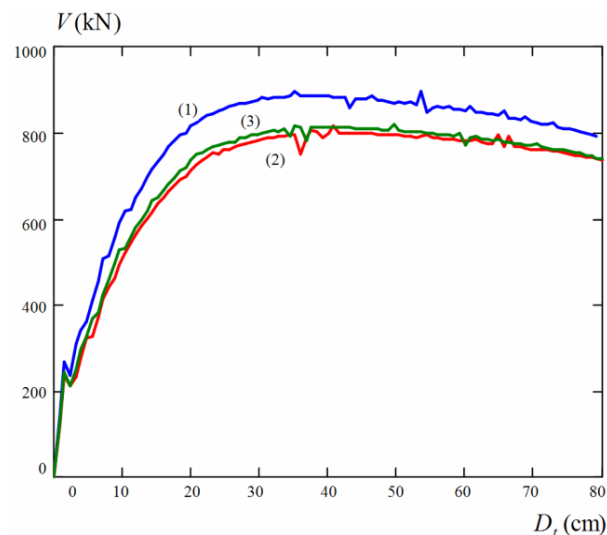
$$\mathbf{P}^T = [0,15 \ 0,31 \ 0,41 \ 0,51 \ 0,60 \ 0,70 \ 0,89 \ 1,00]$$

*trokutasta raspodjela*

$$\mathbf{P}^T = [0,26 \ 0,62 \ 0,69 \ 0,79 \ 0,87 \ 0,93 \ 0,97 \ 1,00]$$

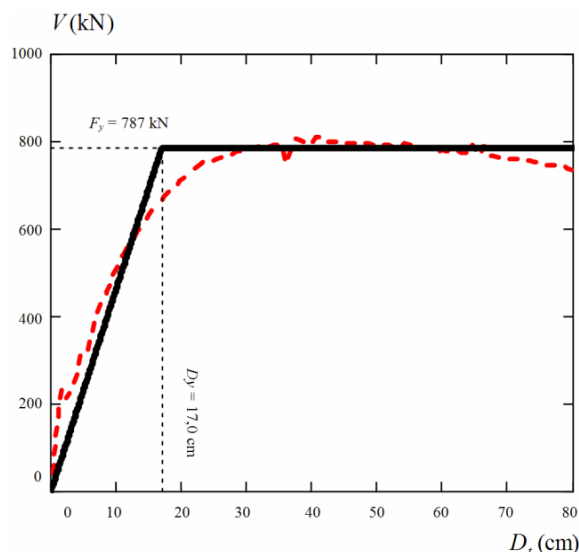
*modalna raspodjela*

Na slici 4. prikazane su krivulje kapaciteta usporedno za tri pretpostavljena oblika pomaka, a na slici 5. krivulja kapaciteta za pretpostavljeni trokutasti oblik pomaka i njezina bilinearna idealizacija.



Slika 4. Usporedni prikaz krivulje postupnog guranja za tri pretpostavljena oblika pomaka: jednoliko (1), trokutasto (2), prvi oblik vibracija (3)

Krivulja kapaciteta idealizira se bilinearnim, elasto-plastičnim odnosom sila-pomak. Za određivanje granica popuštanja potrebna je inženjerska prosudba. Ako se poštuje pristup jednakih energija, veća usvojena vrijednost granice popuštanja znači i manju inicijalnu krutost i obrnuto.



Slika 5. Krivulja kapaciteta (isprekidanom je crtom prikazana stvarna krivulja kapaciteta, a punom crtom bilinearna idealizacija)

#### Korak 4. - ekvivalentni model s jednim stupnjem slobode i dijagram kapaciteta

Potresni zahtjev u metodi N2 određuje se uporabom spektrara odziva koji su dani za sustave s jednim stupnjem slobode. Prema tome, potrebno je provesti transformaciju originalnog sustava s više stupnjeva slobode u ekvivalentni sustav s jednim stupnjem slobode čija jednadžba gibanja ima oblik [1, 2, 3]:

$$m^* \ddot{D}^* + F^* = -m^* a \quad (6)$$

gdje je  $m^*$  ekvivalentna masa sustava s jednim stupnjem slobode.

$$m^* = \Phi^T \mathbf{m} \mathbf{1} = \sum m_i \Phi_i \quad (7)$$

$D^*$  je pomak, a  $F^*$  je sila ekvivalentnog sustava s jednim stupnjem slobode.

$$D^* = \frac{D_t}{\Gamma} \quad (8)$$

$$F^* = \frac{V}{\Gamma} \quad (9)$$

Konstanta  $\Gamma$  kontrolira transformaciju sustava s više stupnjeva slobode u sustav s jednim stupnjem slobode i obrnuto.

$$\Gamma = \frac{\Phi^T \mathbf{m} \mathbf{1}}{\Phi^T \mathbf{m} \Phi} = \frac{\sum m_i \Phi_i}{\sum m_i \Phi_i^2} = \frac{m^*}{\sum m_i \Phi_i^2} \quad (10)$$

Ista konstanta  $\Gamma$  vrijedi za transformaciju pomaka i za transformaciju sila. Kao posljedica, odnos sila – pomak

jednak je za oba sustava i razlikuje se samo za faktor mjerila  $\Gamma$ . Oba sustava imaju i istu početnu krutost.

Ekvivalentna masa i faktor transformacije za trokutasti oblik raspodjele imaju sljedeće vrijednosti:

$$m^* = 0,17 \cdot 73,80 + 0,35 \cdot 73,80 + 0,46 \cdot 66,96 + \\ + 0,57 \cdot 66,96 + 0,67 \cdot 66,96 + 0,78 \cdot 66,96 + \\ + 0,89 \cdot 66,96 + 1,00 \cdot 66,96 = 331,60 \text{ t}$$

$$\Gamma = 331,60 / (0,17 \cdot 73,80^2 + 0,35 \cdot 73,80^2 + 0,46 \cdot 66,96^2 + \\ + 0,57 \cdot 66,96^2 + 0,67 \cdot 66,96^2 + 0,78 \cdot 66,96^2 + 0,89 \cdot 66,96^2 + \\ + 1,00 \cdot 66,96^2) = 1,39$$

Iz bilinearne krivulje kapaciteta prikazane na slici 5. mogu se očitati vrijednosti otpornosti  $F_y$  i pomaka na granici popuštanja  $D_y$ . Pomoću faktora transformacije  $\Gamma$  proračunaju se odgovarajuće vrijednosti za sustav s jednim stupnjem slobode za trokutasti oblik raspodjele:

$$F_y^* = \frac{F_y}{\Gamma} = \frac{786,51 \text{ kN}}{1,39} = 565,86 \text{ kN}$$

$$D_y^* = \frac{D_y}{\Gamma} = \frac{16,99 \text{ cm}}{1,39} = 12,22 \text{ cm}$$

Elastični period sustava s jednim stupnjem slobode:

$$T^* = 2\pi \sqrt{\frac{m^* D_y^*}{F_y^*}} = 2\pi \sqrt{\frac{331,60 \text{ t} \cdot 12,22 \text{ cm}}{565,86 \text{ kN}}} = 1,68 \text{ s}$$

Ubrzanje na granici popuštanja (slika 6.):

$$S_{ay} = \frac{F_y^*}{m^*} = 0,174 \text{ g}$$

Faktori transformacije za jednoliki i modalni oblik raspodjele pomaka imaju vrijednosti 1,00 i 1,21.

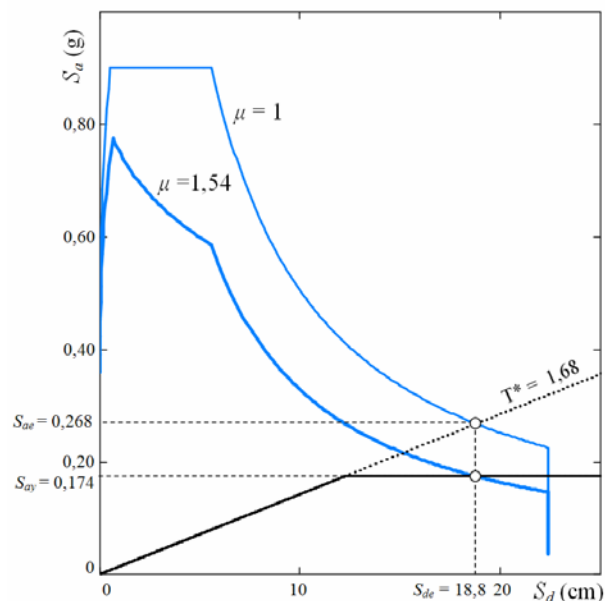
### Korak 5. - potresni zahtjev za ekvivalentni sustav s jednim stupnjem slobode

Rješenje je moguće odrediti grafički i analitički. Presječište radijalnog pravca koji odgovara elastičnom periodu  $T^*=1,68$  s idealiziranoga bilinearnog sustava s elastičnim zahtijevanim spektrom određuje zahtijevano ubrzanje  $S_{ae} = 0,268 \text{ g}$  potrebno za elastično ponašanje i odgovarajući zahtijevani elastični pomak  $S_{de} = 18,8 \text{ cm}$  (slika 6.). Ubrzanje na granici popuštanja  $S_{ay} = 0,174 \text{ g}$  predstavlja i zahtijevano ubrzanje i kapacitet neelastičnog sustava. Faktor redukcije  $R_\mu$  određen je kao omjer ubrzanja koja odgovaraju elastičnom i neelastičnom sustavu:

$$R_\mu = \frac{S_{ae}(T^*)}{S_{ay}} = \frac{0,268 \text{ g}}{0,174 \text{ g}} = 1,54 \quad \mu = R_\mu = 1,54$$

Ako je elastični period  $T^*$  veći ili jednak  $T_C$ , zahtijevani neelastični pomak  $S_d$  jednak je zahtijevanom elastičnom pomaku  $S_{de}$ , a zahtijevana duktilnost  $\mu$  jednaka faktoru redukcije  $R_\mu$  (pravilo jednakih pomaka).

Na slici 6. prikazani su zahtijevani spektar za ubrzanje tla 0,3 g i dijagram kapaciteta za konstrukciju iz ovog primjera.



Slika 6. Zahtijevani spektar za ubrzanje tla 0,3 g i dijagram kapaciteta za konstrukciju iz primjera

### Korak 6. - globalni seizmički zahtjev za model s više stupnjeva slobode (ciljani pomaci)

Zahtijevani pomak ekvivalentnog sustava s jednim stupnjem slobode transformira se natrag u ciljani pomak vrha zgrade sustava s više stupnjeva slobode (13). Maksimalni pomaci katova predstavljeni su anvelopom rezultata dobivenih proračunima s različitim pretpostavljenim oblicima pomaka. Za ubrzanje podloge od 0,3 g ciljani pomaci imaju vrijednosti:

$$D_i = 1,39 \cdot 18,8 \text{ cm} = 26,1 \text{ cm} \quad \text{trokutasta raspodjela}$$

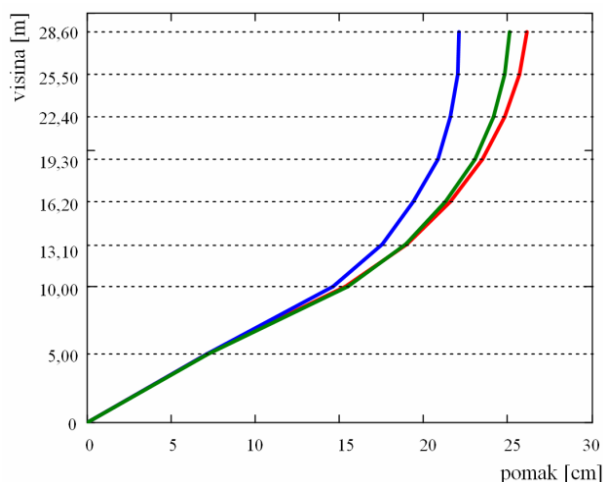
$$D_i = 1,00 \cdot 22,1 \text{ cm} = 22,1 \text{ cm} \quad \text{jednolika raspodjela}$$

$$D_i = 1,21 \cdot 20,7 \text{ cm} = 25,1 \text{ cm} \quad \text{modalna raspodjela}$$

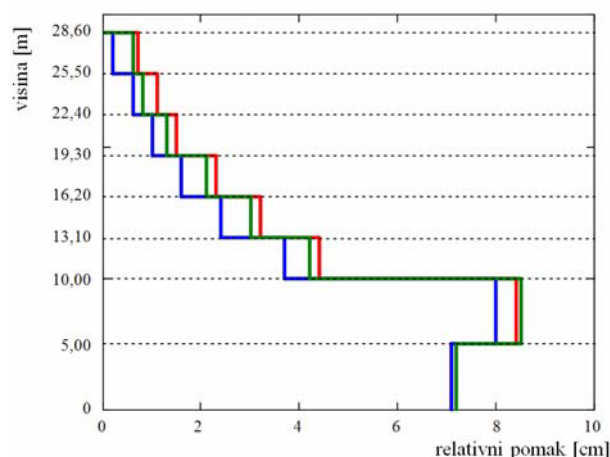
### Korak 7. - lokalni potresni zahtjevi

Proračun postupnim guranjem izvodi se do trenutka kada pomak vrha zgrade ne dostigne vrijednosti ciljanih pomaka dobivenih u 6. koraku, što daje oblik pomaka za cijelu konstrukciju, odnosno lokalne potresne zahtjeve u smislu apsolutnih i relativnih pomaka katova. Na slikama 7. i 8. prikazani su apsolutni i relativni pomaci kato-

va za razinu ubrzanja tla od 0,3 g za sva tri pretpostavljena oblika pomaka.

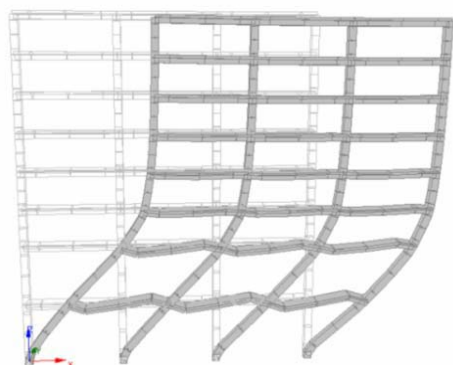


Slika 7. Usporedni prikaz apsolutnih pomaka za tri pretpostavljena oblika pomaka: jednoliko (plavo), trokutasto (crveno), prvi oblik vibracija (zeleno)



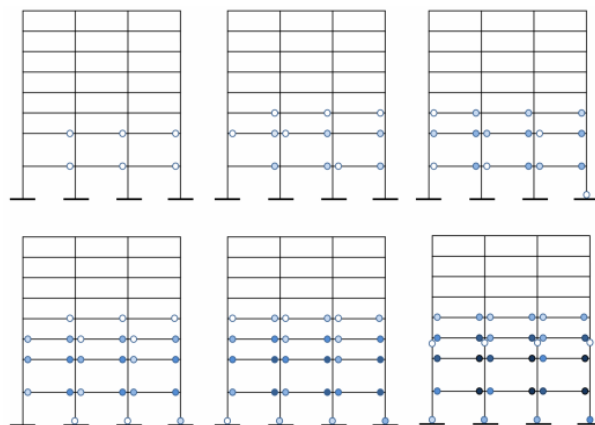
Slika 8. Usporedni prikaz relativnih pomaka za tri pretpostavljena oblika pomaka: jednoliko (plavo), trokutasto (crveno), prvi oblik vibracija (zeleno)

**Korak 8. - procjena ponašanja (analiza oštećenja)**



Slika 9. Pomak konstrukcije u trenutku prije formiranja mehanizma

Analiza oštećenja konstrukcije provodi se usporedbom potresnih zahtjeva s kapacitetima odgovarajućih razina ponašanja. Mehanizam sloma i redosljed formiranja plastičnih zglobova za analiziranu konstrukciju prikazani su na slikama 9. i 10.



Slika 10. Redosljed formiranja plastičnih zglobova u analiziranoj konstrukciji

**3 Američka nelinearna statička metoda koeficijentata NSP**

Ciljani pomak  $\delta_i$  metodom koeficijentata određuje se na sljedeći način:

$$\delta_i = C_0 C_1 C_2 C_3 S_a \frac{T_e^2}{4\pi^2} g \tag{11}$$

$\delta_i$  - ciljani pomak

$T_e$  - efektivni period konstrukcije

$C$  - modifikacijski faktori, vrijednosti su dane u tablicama [6, 7]

$S_a$  - vrijednost spektra odziva ubrzanja za efektivni temeljni period konstrukcije za zadani smjer izražen kao dio gravitacijskog ubrzanja  $g$

Vrijednost ciljanog pomaka, efektivni period i idealizacija krivulje postupnog guranja su međusobno ovisni, pa je tako nužan iterativni postupak da bi se došlo do konačnog rješenja.

**Određivanje efektivnog perioda konstrukcije**

Nelinearni odnos između ukupne poprečne sile u razini temelja i pomaka vrha zgrade idealizira se bilinearnim odnosom prema kojemu se određuje efektivna krutost konstrukcije  $K_e$  i sila na granici popuštanja  $V_j$ . Efektivna bočna krutost konstrukcije uzima se da je jednaka sekantnoj krutosti koja je određena poprečnom silom u vrijednosti od 60 % sile na granici popuštanja.

**Modifikacijski faktor  $C_0$**

Modifikacijski faktor  $C_0$  jednak je  $\Phi_1 \Gamma_i$ , gdje je  $\Phi_{1i}$  prvi član vektora pomaka koji odgovara vrhu konstrukcije, a

$\Gamma_i$  faktor participacije vlastitog oblika  $i$ . Treba naglasiti da je faktor participacije  $\Gamma_i$  ovisan o skaliranju oblika pomaka, dok  $\Phi_{1i}\Gamma_i$  nije. Ako se vektor oblika pomaka  $\Phi$  normira na način da je pomak vrha konstrukcije jednak jedinici (kao što je slučaj u metodi N2), onda je modifikacijski faktor  $C_0$  jednak faktoru participacije  $\Gamma_i$  odnosno faktoru transformacije  $\Gamma$  u metodi N2.

#### Modifikacijski faktor $C_1$

Ako se rabi bilinearni spektar redukcije kao kod metode N2, faktor  $C_1$  predstavlja odnos duktilnosti  $\mu$  i faktora redukcije  $R_\mu$ .

$$C_1 = \frac{\mu}{R_\mu} \quad (12)$$

#### Modifikacijski faktor $C_2$

Modifikacijski faktor  $C_2$  predstavlja efekt degradacije krutosti i čvrstoće na maksimalne pomake konstrukcije. Pri upotrebi nelinearnih metoda dopušteno je za faktor  $C_2$  usvojiti vrijednost 1,0.

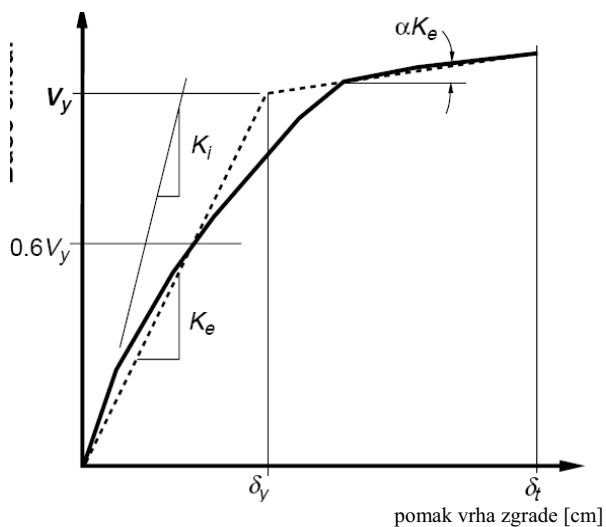
#### Modifikacijski faktor $C_3$

Modifikacijski faktor  $C_3$  predstavlja povećanje pomaka zbog dinamičkog učinka P- $\Delta$ . Za konstrukcije čija je krutost nakon doseganja točke popuštanja pozitivna,  $C_3$  ima vrijednost 1,0.

Za trokutastu raspodjelu i vrijednost modifikacijskog faktora  $C_0$  iz tablice [6, 7] proračunani su efektivni period i ciljani pomak (slika 11.).

$$T_e = T_i \sqrt{\frac{K_i}{K_e}} = 1,00 \text{ s} \cdot \sqrt{\frac{15600 \text{ kN/m}}{5529 \text{ kN/m}}} = 1,68 \text{ s}$$

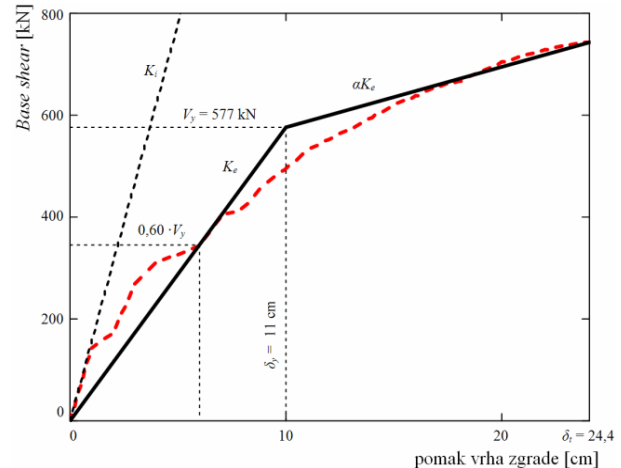
$$\delta_i = 1,3 \cdot 1,0 \cdot 1,0 \cdot 1,0 \cdot 0,268 \cdot \frac{(1,68\text{s})^2}{4\pi^2} \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 24,4 \text{ cm}$$



Slika 11. Bilinearna idealizacija krivulje postupnog guranja za trokutasti oblik i  $C_0$  iz tablice

Za slučaj jednolike raspodjele ciljani pomak jest 19,5 cm.

Na slici 12. prikazana je idealizacija krivulje postupnog guranja za trokutastu raspodjelu i točnu vrijednost koeficijenta  $C_0$ . U ovom slučaju ciljani pomak ima vrijednost 25,4 cm. Za slučaj jednolike raspodjele i točnu vrijednost  $C_0$  ciljani je pomak 16,3 cm.



Slika 12. Bilinearna idealizacija krivulje postupnog guranja za trokutasti oblik i za točnu vrijednost  $C_0$

Raspodjela apsolutnih i relativnih pomaka po visini građevine ima isti oblik kao kod metode N2 (slike 7. i 8.) i razlika je samo kvantitativna.

### 5 Američka nelinearna statička metoda spektra kapaciteta CSM

Osnovna je pretpostavka metode spektra kapaciteta da se maksimalna nelinearna deformiranja sustava s jednim stupnjem slobode mogu aproksimirati deformiranjem ekvivalentnoga linearnog sustava čiji je koeficijent unutrašnjega viskozno prigušenja veći od početne vrijednosti prigušenja nelinearnog sustava. Prema tome, u određivanju potresnog zahtjeva rabi se ekvivalentni linearni spektar definiran ekvivalentnim prigušenjem. Idealizacija krivulje postupnog guranja temelji se na sekantnoj krutosti na sličan način kao i u prethodno opisanoj metodi koeficijenata. Bilinearna idealizacija sastoji se od elastične linije s krutosti  $k$  koja, nakon doseganja granice popuštanja definirane s  $f_y$  i  $u_y$ , prelazi u liniju s krutosti  $\alpha k$  (slika 13.). Maksimalni pomak nelinearnog sustava označen je sa  $u_m$ , a osnovni period sustava u linearnom području  $T_0$ .

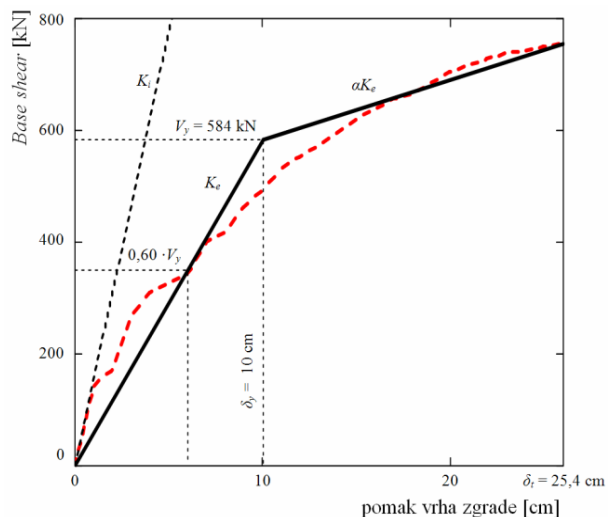
Ekvivalentno viskozno prigušenje dobiva se izjednačavanjem disipirane energije u jednom ciklusu vibriranja nelinearnog sustava i ekvivalentnog linearnog sustava. Može se pokazati da je ekvivalentni koeficijent prigušenja dan izrazom [11, 12, 13]:

$$\xi_{eq} = \frac{1}{4\pi} \frac{E_D}{E_S} \quad (13)$$

gdje je:

$E_D$  energija disipirana u nelinearnom sustavu koja je jednaka ploštini histerezne petlje (paralelograma)

$E_S$  energija deformacije linearnog sustava krutosti  $k_{sec}$  jednaka  $k_{sec}u_m/2$  (ploština trokuta).



Slika 13. Prikaz ekvivalentnoga viskozno prigušenja na temelju histerezne disipacije energije za nelinearni sustav s jednim stupnjem slobode

### Postupak prema ATC-u 40

Chopra i Goel [12] pokazali su da, u slučaju kada se upotrebljavaju realni spektri, postupci prema ATC-u 40 ne konvergiraju uvijek, a moguća su i višestruka rješenja. Također je pokazano da se rezultati dobiveni ovom metodom u odnosu na rezultate dobivene nelinearnim dinamičkim proračunima uporabom zapisa ubrzanja u vremenu razlikuju i do 50 %, što ovu metodu čini nepouzdanom.

### Unaprijeđeni postupak prema FEMA-i 440

Unaprijeđeni se postupak također oslanja na ekvivalentnu linearizaciju, pri čemu su ekvivalentne vrijednosti određene koeficijentima ovisnim o histereznom ponašanju i krutosti sustava nakon popuštanja [7]. U nastavku se uvode nove oznake:  $\beta_{eff}$  za ukupno viskozno prigušenje i  $\beta_0$  za koeficijent viskozno prigušenja sustava za vibracije u linearnom području,  $T_{sec}$  za ekvivalentni period i  $T_{eff}$  za efektivni period.

Na slici 14. ciljani pomak predstavljen je sjecištem efektivnog perioda i spektra odziva u formatu AD za ekvivalentno prigušenje  $ADRS(\beta_{eff})$  – postupak A. Isto rješenje daje i sjecište sekantnog perioda s dijagramom kapaciteta, odnosno s modificiranim spektrom odziva – MADRS-om ( $\beta_{eff}, M$ ) – postupak B. Redukcija elastičnog spektra s 5%-tnim viskozno prigušenjem na spek-

tar s ekvivalentnim prigušenjem  $\beta_{eff}$  određuje se prema sljedećem izrazu, čime je definiran  $ADRS(\beta_{eff})$  (reduciraju se samo ordinate dijagrama odnosno ubrzanja):

$$S_{a\beta} = \frac{S_{a0}}{B(\beta_{eff})} \quad (14)$$

$S_{a\beta}$  ubrzanje elastičnog spektra s viskozno prigušenjem  $\beta_{eff}$

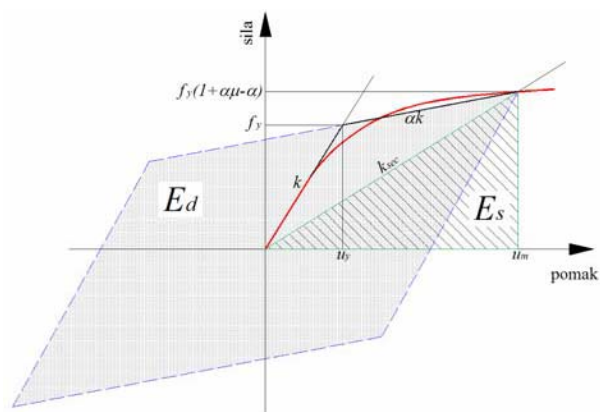
$S_{a0}$  ubrzanje elastičnog spektra s 5%-tnim viskozno prigušenjem

$B(\beta_{eff})$  faktor redukcije koji iznosi  $4/(5,6 - \ln \beta_{eff})$ .

Modificirani spektar odziva -  $MADRS(\beta_{eff}, M)$  dobiva se množenjem ordinate dijagrama  $ADRS(\beta_{eff})$  s modifikacijskim faktorom  $M$  (slika 14.):

$$M = \frac{a_{max}}{a_{eff}} = \left( \frac{T_{eff}}{T_{sec}} \right)^2 \quad (15)$$

Na slici 14. prikazani su rezultati za trokutastu raspodjelu. Ciljani pomak ekvivalentnog sustava s jednim stupnjem slobode iznosi 19,3 cm, a originalnog sustava 26,8 cm.



Slika 14. Grafički prikaz rješenja za trokutastu raspodjelu bočnog opterećenja, postupci A i B

### 6 Usporedba dobivenih rezultata prema prikazanim nelinearnim statičkim metodama i zaključci

Prikazane nelinearne statičke metode utemeljene su na metodi postupnog guranja, a razlikuju se u određivanju granice "guranja", odnosno ciljanog pomaka. U nastavku ćemo prikazati osnovne korake zajedničke svim metodama, a zatim i one po kojima se razlikuju.

#### Kratak opis provedbe nelinearnih statičkih metoda

- Prikazane nelinearne statičke metode namijenjene su proračunu simetričnih konstrukcija koje oscili-



raju dominantno u prvom obliku, tako da se redovito upotrebljava ravninski model konstrukcije. Konstrukcija se preliminarno dimenzionira jednom od konvencionalnih linearnih metoda da bi se dobila količina armature. Seizmički se zahtjev definira u obliku elastičnog spektra (pseudo)ubrzanja  $S_{ae}$ .

- Metodom postupnog guranja određuje se karakteristični nelinearni odnos maksimalne poprečne sile u razini temelja i apsolutnog pomaka vrha konstrukcije. Upotrebljava se više oblika raspodjele bočnog opterećenja, kako bi se pokrili mogući odzivi konstrukcije.
- Seizmički se zahtjev određuje spektrom odziva, što znači da treba odrediti ekvivalentni sustav s jednim stupnjem slobode. Pri tome su u upotrebi različiti postupci za određivanje karakteristika sustava s jednim stupnjem slobode. Pretpostavlja se da je oblik pomaka konstantan, tj. da se ne mijenja tijekom odziva konstrukcije pri ubrzanju tla. To je osnovna pretpostavka koja je uključena u sve metode, čime je njihova uporaba ograničena na one konstrukcije koje nemaju značajan doprinos viših oblika oscilacije.
- U svim je metodama potrebno provesti bilinearnu idealizaciju krivulje postupnog guranja. Iako su u odgovarajućim normama za to dane smjernice, idealizacija je donekle ovisna i o inženjerskoj prosudbi. U nekim je metodama idealizacija krivulje ovisna o ciljanom pomaku. Takav postupak, iako točniji, zahtijeva iterativni postupak.
- Postoje dva osnovna pristupa za određivanje ciljanog pomaka sustava s jednim stupnjem slobode. Prvi pristup temelji se na ekvivalentnom elastičnom sustavu i elastičnom spektru, a drugi se temelji na neelastičnom spektru.
- Ciljani pomak sustava s jednim stupnjem slobode transformira se u ciljani pomak originalnog sustava. Za tu vrijednost određuju se apsolutni i relativni pomaci katova, rotacije čvorova, itd. U svim prikazanim metodama ova se transformacija provodi faktorom participacije prvog oblika u razini vrha zgrade.
- U posljednjem se koraku očekivano ponašanje konstrukcije uspoređuje s kapacitetom za traženu razinu ponašanja.

#### **Posebnosti metoda**

U tablici 1. je sažeti prikaz osnovnih razlika obrađenih metoda. Analizirane su sljedeće posebnosti:

- vrsta upotrijebljenog spektra
- idealizacija krivulje postupnog guranja i potreba za iterativnim postupkom

- konzistentnost pretvorbe sustava s jednim stupnjem slobode u sustav s više stupnjeva slobode
- mogućnost grafičkog prikaza.

#### **Metoda N2**

U metodi N2 ciljani pomak temelji se na nelinearnom spektru. U prikazanoj formulaciji metode N2 rabi se pojednostavnjeni bilinearni nelinearni spektar, koji se za konstrukcije sa srednjim i dugim periodima temelji na pravilu jednakosti pomaka. Primjenjivost ovog pravila potvrđena je brojnim statističkim studijama, a najbolje rezultate daje za čvrsta tla i za konstrukcije sa stabilnim i punim histereznim petljama.

Bilinearna idealizacija krivulje nužna je u metodi N2 i zbog jednostavnosti predložen je elastičan - savršeno plastičan odnos sile i pomaka. Zahtijevani pomak ovisi o ekvivalentnoj krutosti koja, u slučaju energijskog pristupa, ovisi o ciljanom pomaku. To znači da je u principu potreban iterativni postupak. Bilinearna idealizacija može se provesti energijskim pristupom i tako da se za silu popuštanja usvoji vrijednost sile pri formiranju plastičnog mehanizma ili maksimalna vrijednost sile. Na taj način, učinivši idealizaciju neovisnom o ciljanom pomaku, izostaje potreba za iterativnim postupkom, što znatno pojednostavnjuje cijeli proračun. Takav pristup daje općenito nešto konzervativniju procjenu ciljanog pomaka. Ako se očekuje vrijednost ciljanog pomaka koja je puno manja od pomaka pri stvaranju plastičnog mehanizma, razumno je postaviti pravilo jednakih energija na manji pomak, što dovodi do veće ekvivalentne krutosti. Idealizacija je u određenoj mjeri ovisna o inženjerskoj prosudbi.

Transformacija maksimalnog pomaka sustava s jednim stupnjem slobode u maksimalni pomak vrha originalne konstrukcije provodi se modalnim faktorom participacije u razini vrha, rabeći odgovarajući vektor oblika pomaka. Ovaj faktor u metodi N2 naziva se faktorom transformacije  $\Gamma$ . Pri tome je raspodjela pomaka i sila međusobno povezana pa je transformacija sustava s jednim stupnjem slobode u originalni sustav i obratno transparentna i proizlazi čisto matematički. Odabir bočnog opterećenja je proizvoljan i bez restrikcija.

Grafički prikaz rješenja vrlo je bitan i koristan u praktičnoj primjeni metode N2. Vizualizacija rješenja ostvaruje se u formatu ubrzanje – pomak (AD) koji omogućuje istodobni prikaz dijagrama kapaciteta i zahtijevanog spektra. Ciljani pomak predstavljen je presjecištem zahtijevanog spektra s dijagramom kapaciteta.

#### **Metoda koeficijenata - NSP**

Nelinearni spektar upotrijebljen u ovoj metodi jednak je nelinearnom spektru upotrijebljenom u metodi N2.

Nužna je idealizacija krivulje postupnog guranja, koja ovisi o ciljanom pomaku, što čini postupak iterativnim. Krivulja se idealizira bilinearnim odnosom pri čemu je krutost nakon dosezanja točke popuštanja općenito različita od nule. Pozitivna vrijednost krutosti nakon popuštanja ( $\alpha > 0$ ) nema više utjecaja na ciljani pomak.

Koeficijent  $C_0$  definiran je na jednak način kao i faktor transformacije  $\Gamma$  u metodi N2. Međutim, transformacija sustava s jednim stupnjem slobode u originalni sustav teorijski je nekonzistentna zbog dopuštene djelomične ili potpune neovisnosti oblika pomaka i sila. Time se gubi na transparentnosti i jasnoći, ali bez znatnijeg utjecaja na točnost.

Nema mogućnosti grafičkog prikaza.

#### Metoda spektra kapaciteta - CSM

Metoda spektra kapaciteta upotrebljava ekvivalentni linearni spektar koji je određen ekvivalentnim prigušenjem. Spektar pseudoubrzanja s kojim je zadan seizmički zahtjev praktički je jednak spektru totalnog ubrzanja za male vrijednosti prigušenja. Međutim, povećavajući prigušenje, razlika između pseudoubrzanja i totalnog ubrzanja postaje sve veća i to na strani nesigurnosti. Pogreška se povećava i s duljinom osnovnog perioda [13]. Imajući to na umu, kao i samu teorijsku podlogu ekvivalentnog lineariziranja, prednost nelinearnih spektara upotrijebljenih u ostale dvije metode je očita.

Nužna je bilinearna idealizacija krivulje postupnog guranja. Vrijednost efektivnog koeficijenta prigušenja ovisi o duktilnosti i krutosti nakon popuštanja. Idealizacija je i u ovoj metodi ovisna o ciljanom pomaku pa je nužan iterativni postupak.

Transformacija sustava s jednim stupnjem slobode u originalni sustav jednaka je kao i kod metode N2.

Omogućen je grafički prikaz putem formata ubrzanje-pomak (AD).

Tablica 1. Pregled osnovnih karakteristika nelinearnih statičkih metoda

Metoda	Vrsta spektra	Potreba za iteracijom	Konzistentnost pretvorbe SDOF→MDOF	Grafički prikaz
N2	nelinearni	ne	da	da
NSP	ekv. linearni	da	ne	ne
CSM	nelinearni	da	ne	da

Prema svemu prethodno rečenom, može se zaključiti da su metoda N2 i metoda koeficijentata suštinski vrlo slične i da, uz jednake početne pretpostavke, daju bliske rezultate (tablice 2. i 3.).

Tablica 2. Karakteristične vrijednosti proračuna za trokutastu raspodjelu pomaka

Trokutasta raspodjela	N2	NSP	NSP*	CSM
$C_0/\Gamma$	1,39	1,3	1,39	1,39
$K_e$ [kN/m]	4629	5529	5838	4980
$\alpha$	0	0,19	0,19	0,09
$T_{ef}/T^*$ [s]	1,68	1,68	1,64	1,85
$\delta_t/D_t$ [cm]	26,1	24,4	25,4	26,8

Tablica 3. Karakteristične vrijednosti proračuna za jednoliku raspodjelu pomaka

Jednolika raspodjela	N2	NSP	NSP*	CSM
$C_0/\Gamma$	1,0	1,2	1,0	1,0
$K_e$ [kN/m]	5526	7351	7325	5800
$\alpha$	0	0,23	0,24	0,15
$T_{ef}/T^*$ [s]	1,98	1,46	1,64	1,84
$\delta_t/D_t$ [cm]	22,1	19,5	16,3	25,0

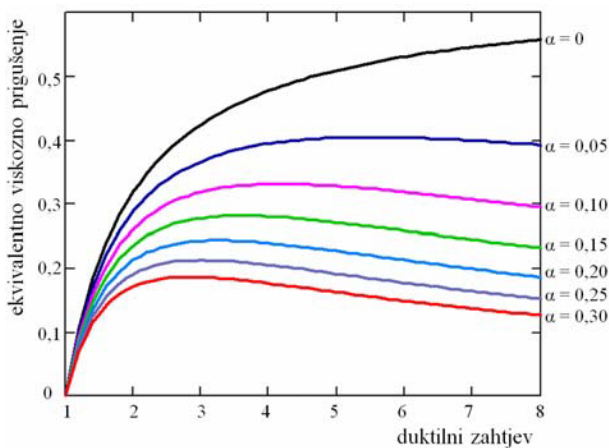
Tablica 4. Ciljani pomaci po metodama

Metoda	N2	NSP	NSP*	CSM
maksimalni pomak [cm]	26,1	24,4	25,4	26,8

Ni jedna od obrađenih metoda ne vodi računa o akumulaciji oštećenja, koja može biti znatna pri potresima duljeg trajanja. Uključivanje ovog efekta u postojeće metode moguće je povećanjem seizmičkog zahtjeva. Uputno je ispitati ponašanje konstrukcije i za ekstremne slučajeve opterećenja, što se postiže povećanjem ciljanog pomaka. U Eurokodu 8 dana je preporuka da to povećanje iznosi do 150 %.

#### 7 Usporedba svih linearnih i nelinearnih (statičkih i dinamičkih) metoda i zaključci

Suvremeni trendovi u seizmičkim proračunima stavljaju u prvi plan ponašanje konstrukcije i kontrolu oštećenja, što je omogućeno novim pristupom na osnovi pomaka. Da bi se dobila vjerna slika o ponašanju konstrukcije za zadano seizmičko opterećenje, potrebno je znati pomake katova konstrukcije. Relativni pomaci katova najbolji su indikator oštećenja konstrukcijskih i nekonstrukcijskih elemenata, dok su apsolutni pomaci iznimno važni u slučajevima guste gradnje kada postoji opasnost od sudara susjednih zgrada. Zbog toga je načinjena usporedba svih raspoloživih metoda seizmičkog proračuna s obzirom na proračunane maksimalne apsolutne i relativne pomake (slika 15.).



Slika 15. Usporedba apsolutnih i relativnih pomaka proračunanih različitim metodama

Pomaci proračunani linearnim metodama bez uzimanja u obzir efekta raspucavanja (proračun s inicijalnom kru-

tošći konstrukcije) znatno su manji od stvarnih. Pritom modalna analiza spektrima odziva daje nešto veće vrijednosti od proračuna ekvivalentnim statičkim djelovanjem jer uzima u obzir i više oblike osciliranja. Uključivši u linearne metode i efekt raspucavanja presjeka, rezultati se približavaju rezultatima dobivenim nelinearnim statičkim metodama. Linearne metode za konstrukcije za koje se usvajaju veliki faktori ponašanja uz pomake često potcjenjuju i vrijednosti posmičnih sila pogotovo za konstrukcije velike duktilnosti (DCH). U tim slučajevima potrebno je predvidjeti odgovarajuće detalje armiranja koji će smanjiti mogućnost krhkih slomova elemenata opterećenih na posmik. Unatoč tome, uz odgovarajuće detalje armiranja, konstrukcije dimenzionirane linearnim metodama često imaju bitno veću nosivost od projektirane, što uporabu nelinearnih metoda čini zanimljivom i s obzirom na moguću uštedu i racionalizaciju konstrukcije.

Istraživanja izložena u ovome radu provedena su u sklopu znanstvenoistraživačkog projekta **Razvoj konstrukcija povećane pouzdanosti s obzirom na potrese**, koji se izvodi uz potporu Ministarstva znanosti i tehnologije Republike Hrvatske (broj projekta: 114-0821466-1470).

## LITERATURA

- [1] Eurocode 8 – Design of structures for earthquake resistance – EN 1998-1: 2004, CEN, Brussels, November 2004.
- [2] Čaušević, M., Zahenter, E.: *Nelinearni seizmički proračun konstrukcija prema EN 1998-1:200*, Građevinar, 59 (2007) 9, 767-777
- [3] Fajfar, P.: *A Nonlinear Analysis Method for Performance Based Seismic Design*, Earthquake Spectra 16, No. 3, pp 573-592, 2000.
- [4] ATC-40, *Seismic Evaluation and Retrofit of Concrete Buildings*, Applied Technology Council, 1996.
- [5] Federal Emergency Management Agency (FEMA), 2005, *Improvement of Nonlinear Static Seismic Analysis Procedures FEMA-440*, Federal Emergency Management Agency, Washington, D.C.
- [6] Federal Emergency Management Agency (FEMA), 1997, *NEHRP guidelines for seismic rehabilitation of buildings, FEMA 273, and NEHRP Commentary on the guidelines for the seismic rehabilitation of buildings, FEMA 274*, Federal Emergency Management Agency, Washington, D.C.
- [7] Federal Emergency Management Agency (FEMA), 2000, *Prestandard and Commentary for the Seismic Rehabilitation of Buildings FEMA-356*, Federal Emergency Management Agency, Washington, D.C.
- [8] SeismoSoft 2007 "SeismoStruct - A computer program for static and dynamic nonlinear analysis of framed structures", Available from URL: <http://www.seismosoft.com>.
- [9] Čaušević, M.: *Potresno inženjerstvo*, Sveučilišni udžbenik, Školska knjiga, Zagreb, 2001.
- [10] Čaušević, M., *Dinamika konstrukcija – diskretni sustavi*, Školska knjiga, Zagreb, 2005.
- [11] Chopra, A.K.: *Dynamics of Structures*, Prentice-Hall, 1995.
- [12] Chopra, A.K., Goel, R.K.: *Capacity-Demand-Diagram Methods for Estimating Seismic Deformation of Inelastic Structures*, Pacific Earthquake Engineering Research Center, April 1999.
- [13] Mitrović, S., *Analiza nelinearnih seizmičkih proračuna po europskim i američkim metodama*, Magistarski rad, Građevinski fakultet Rijeka, 2009.